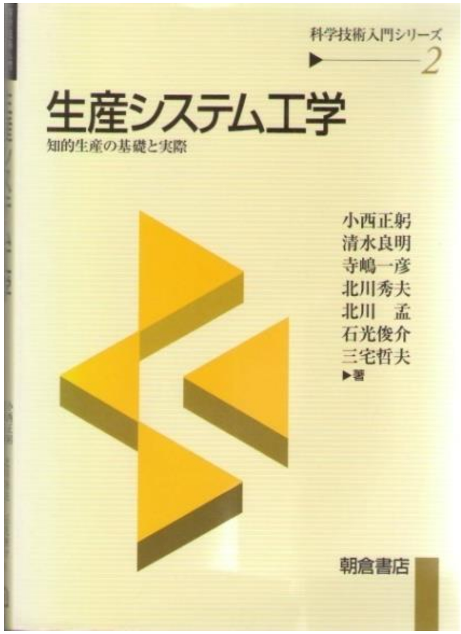
生産システム工学基礎

―知的生産の基礎と実際―

最適化工学技塾

塾長　清水 良明



第1章　生産システムの概念

生産システムへの要求

1.　国際競争力の向上を目標としたシステムの構築

→ 各産業分野での**グローバル化**の促進

2.　快適な**職場環境**をもたらすシステムの構築

3.　**環境に配慮した**生産システムの構築

- *産業における新たな生産のコンセプト*
- *革新的な生産システムの構築*

が求められる

1．1　生産システムとは

資源や**原材料**が流れ(移動)を伴い、
いくつかの**変換(加工や組み立て)**を受けて
最終製品が産み出されている。

↓

生産活動はそれらの過程の**総合化**＝生産システム

生産システムのうつりかわり

生産システム		生産形態	キーワード
手作業（ホモ・ハビルス, ホモ・ファーベル）		少品種少量	
産業革命（1760） 中ぐり盤（1775）	第１のパラダイムシフト		
フォードシステム（1913） トランスファマシン（1924）	↓	少品種大量	標準化
コンピュータ（1946）	第２のパラダイムシフト		
NCフライス盤（1952） システム24（1967）	↓	中品種・少量	無人化
CAD/CAM（1970～ ） FMS（1970～ ） JIT（1980～ ）		多品種少量 変種変量	高能率化 フレキシブル化 統合化
CIM（1990～ ）	第３のパラダイムシフト		
次世代システム（2000～ ） 知的生産システム 人間中心システム 環境調和型システム 即応型生産システム	↓	極少量生産 注文流し生産	グローバル化 環境・人間重視 自律分散化

生産システム工学とは？

生産＝Production / Manufacturing

素材（投入物）→ 変換 → 生産財（産出物）

素材（投入物）		生産財（産出物）
原・材料		製品
データ		プログラム
情報		サービス

生産する

生産の三要素

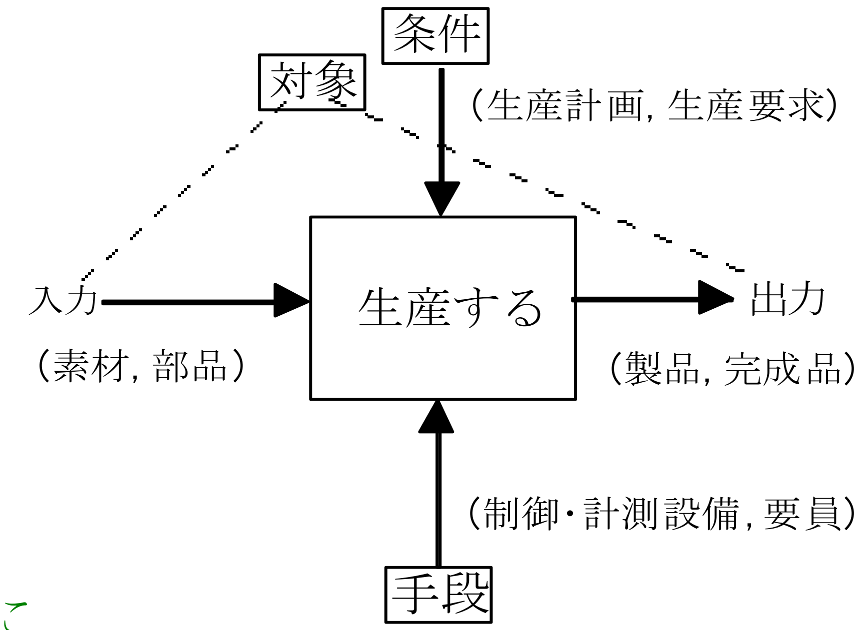
- 対象（材料）
- 手段（機械・加工）
- 条件（生産計画）

に関わる問題解決を計り、

社会の安全・健康・福祉のために

有用な人工物やシステムを

研究・開発する学問



生産システム工学の要素の関連図

生産システムの具体例

- 鉄鋼製造

（入力）		生産システム （変換と流れ）		（出力）
鉄鉱石 石炭 電力	→	製銑 製鋼 圧延 工程間の製品移動	→	鉄鋼製品 副生ガス 自家発電力

- 情報コンテンツ製造

ソフト仕様	→	ソフトウェア製作 ソフトウェアのデバック 製品ドキュメント製作	→	製品ソフト

表１　生産システムの事例

事例	入力	変換と流れ	出力
機械加工	金属材料 電力	切削･プレス加工 移送装置･ロボット搬送	機械部品
鉄鋼製造	鉄鉱石 石炭 電力	製銑･製鋼･圧延 行程間の製品移動	鉄鋼製品 副生ガス 自家発電力
自動車製造	鋼板 機械部品 エンジン 電力	プレス加工･塗装 組立加工･溶接 移送装置･ロボット搬送	自動車製品
コンテンツ製造	ソフト仕様	ソフトウェア製作 デバッグ 製品ドキュメント製作	製品ソフト
情報調査	調査要求情報	検索ソフトによる検索 検索条件の変更･再検索 検索結果の報告書作成	調査結果情報

1.1.1　生産システムの評価

生産システムの評価指標

- ISO基準

→ISO9001（**品質管理**）

→ISO14001（**環境管理**）

- **生産効率**に関わる指標

→**納期**達成率

→仕掛り率

→製品**歩留**

...etc

ISO基準

- ISOとは…

国際標準化機構(International Organization for Standardization)

品質保証の**厳正化**

製造者・国による製品**品質差撤廃**

必要性

ISO認証を取得した生産システム

効果

国際貿易の**促進**

品質の**信頼化**

生産管理の**高度化促進**

ISO9001：品質マネジメントシステム

顧客に**信頼できる製品**を提供できる品質管理システムの構築に要求される事項を規定。

ISO14001：環境マネジメントシステム

企業活動、製品及びサービスの環境負荷の低減といった「**環境パフォーマンスの改善**」を実施する仕組みが、**継続的に改善**されるシステムを構築するための要求事項を規定

取得すれば

↓

その工場で製造された製品の品質や環境管理が世界基準に合格していると認められる。

e.g. 近年、各種製品のリサイクルが重視

↓

産業・自治体でのISO14001の取得が進む

生産効率に関わる指標

(1)納期達成率

「製品の納期が、どれだけ達成されているか」の指標

納期遅れによる損失

顧客に対しての

信用を失う

違約補償義務の発生

納期遅れの原因

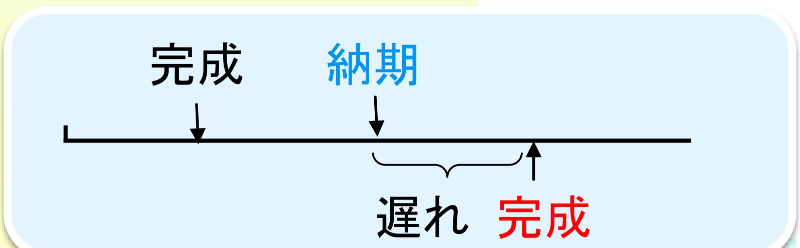
納期設定の誤り

生産計画の**不適切**

設備能力の**不足**

(設備故障を含む)

納期遅れ： 注文の**製造終了日時**ー**顧客と約束した日時**



(2)仕掛り率

→平均投入量と製品の平均処理待ち量の比

製品の需要変化 → 製造の途中工程に**在庫品**としてストック

特定工程の処理能力不足 → **加工処理待ち**の製品が滞留

仕掛り品の増加

改善策

途中工程の在庫品を**別の注文品**に振り分ける

生産計画に**予測機能**を持たせる

生産計画を改善し**中間在庫量**を減少させる (e.g. JIT)

(3)製品歩留

出力量(製品重量)の入力量(原材料重量)に対する百分比

•品質不良による**製品屑**

•生産上の理由により製品の部分的な**切り捨て**

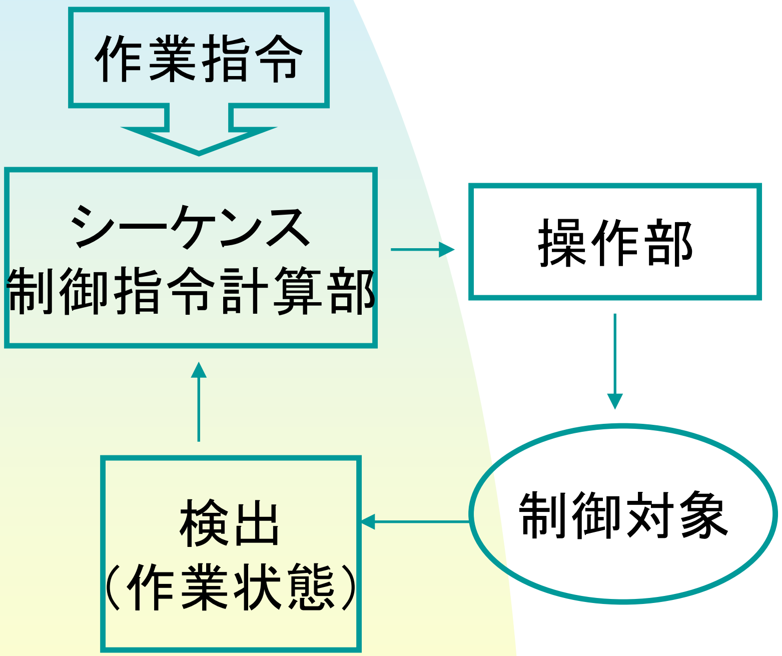
•**副成品**として分離される分

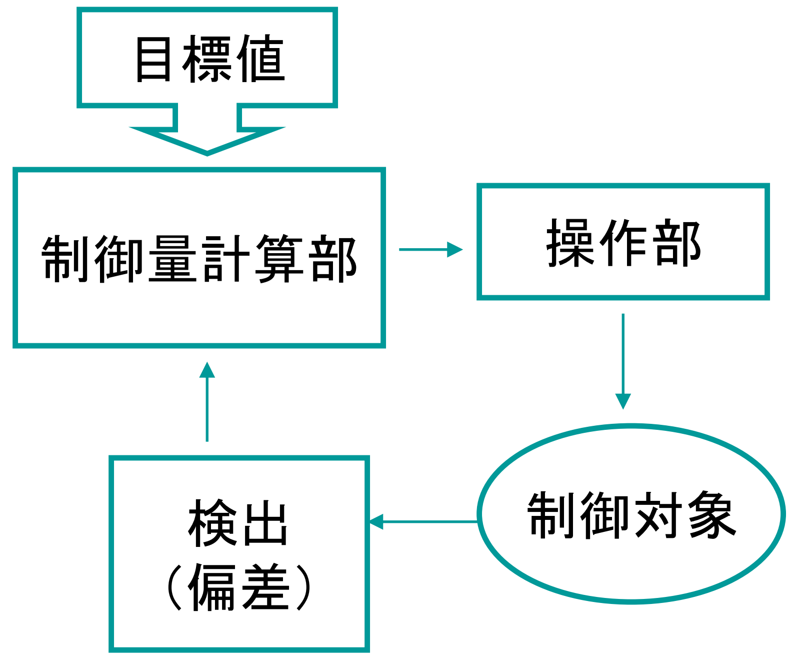
１．１．２　生産工場の自動化を支える要素

目的＝　安全･快適な職場環境
　　　　生産品質の高位安定

a.生産設備の自動化

コンピュータによる自動制御，NC工作機械，各種ロボット





シーケンス制御…所与の手順を順次行う

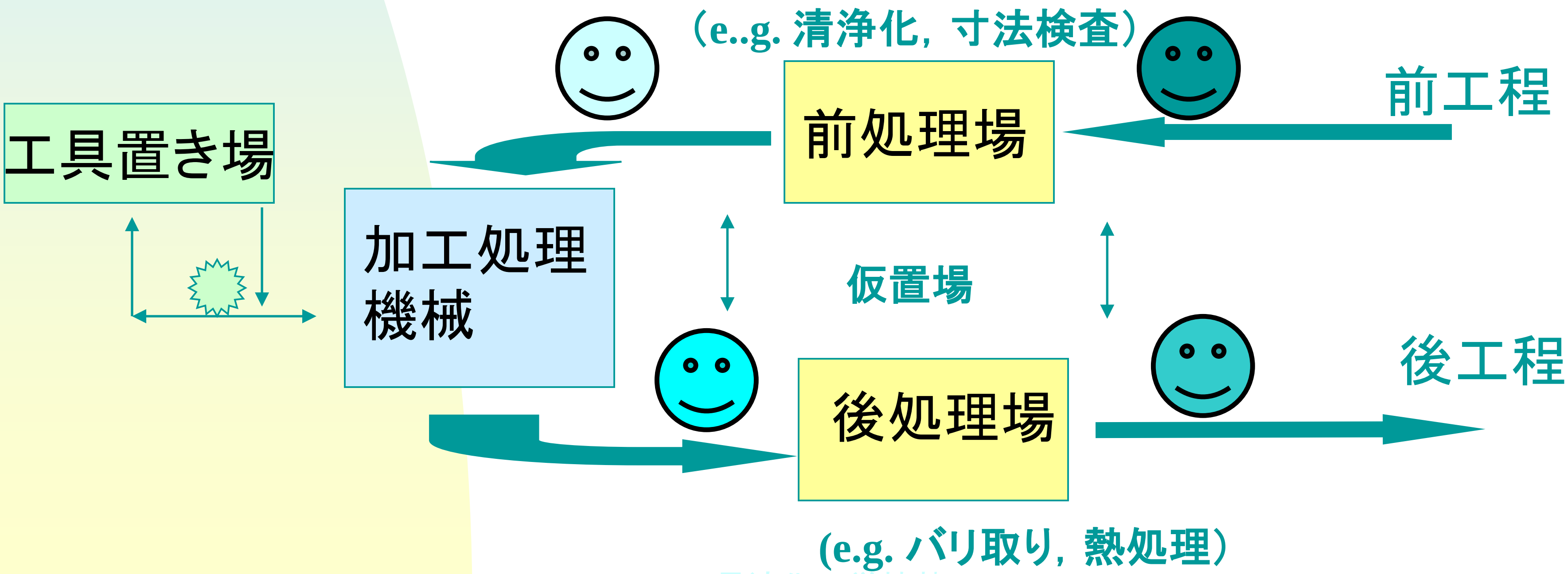
フィードバック制御…目標値との偏差を検出し、制御量を決める

b. 工程間搬送の自動化

各工程間搬送
の円滑化

各種製品 ⇔ **搬送手段**
コンベア，クレーン，
フォークリフト，パレット
無人搬送車(AGV)

製品と搬送手段とを対応づける
搬送スケジュールの適正化が必要



c. 生産計画の適正化

・生産計画は多くの制約、要因

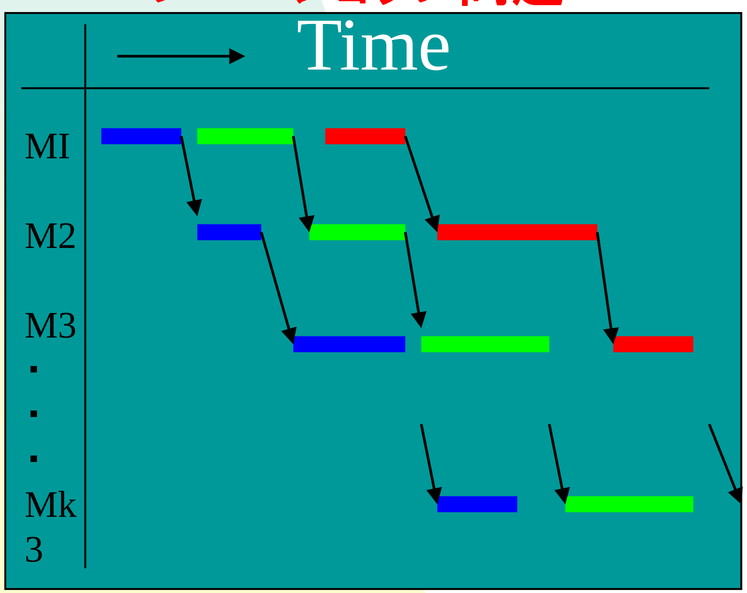
e.g., 注文量,納期,
生産設備能力,
リードタイム,
etc.

•生産スケジュール
作成の自動化
適正化

ガントチャート

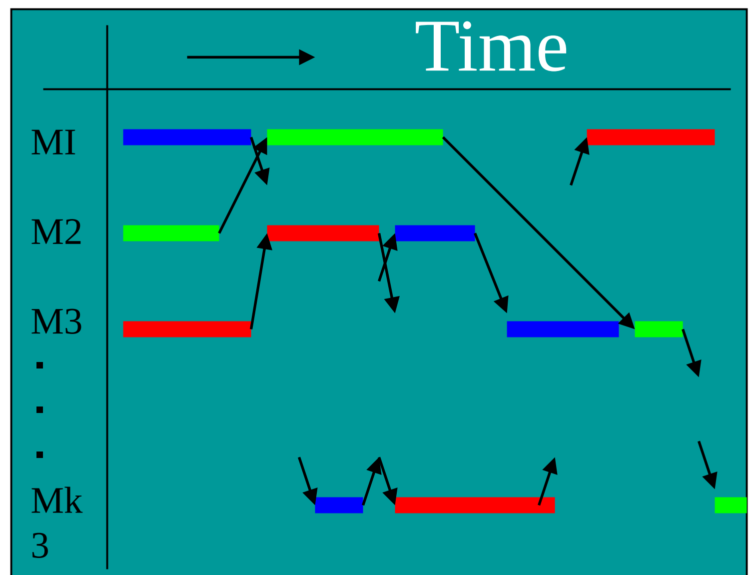
加工機械

フローショップ問題



処理順が一定

ジョブショップ問題



処理順が異なる

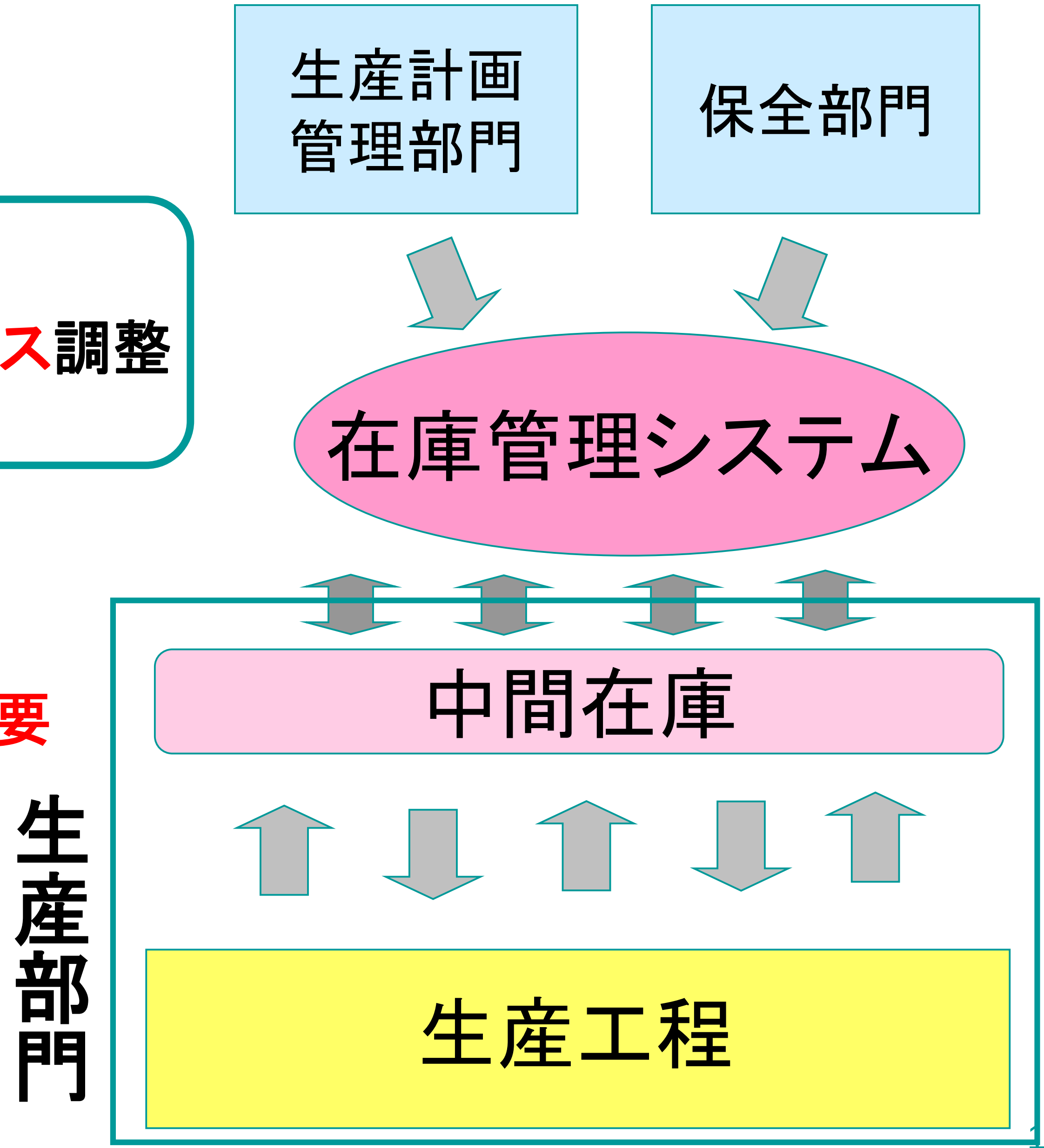
d. 在庫管理の合理化

在庫スペースの必要性

設備故障時の対応
前後工程の生産量バランス調整
製品検査、出荷準備

経営面：最小化したい
生産の流れ：ある程度は必要

合理化、最適化

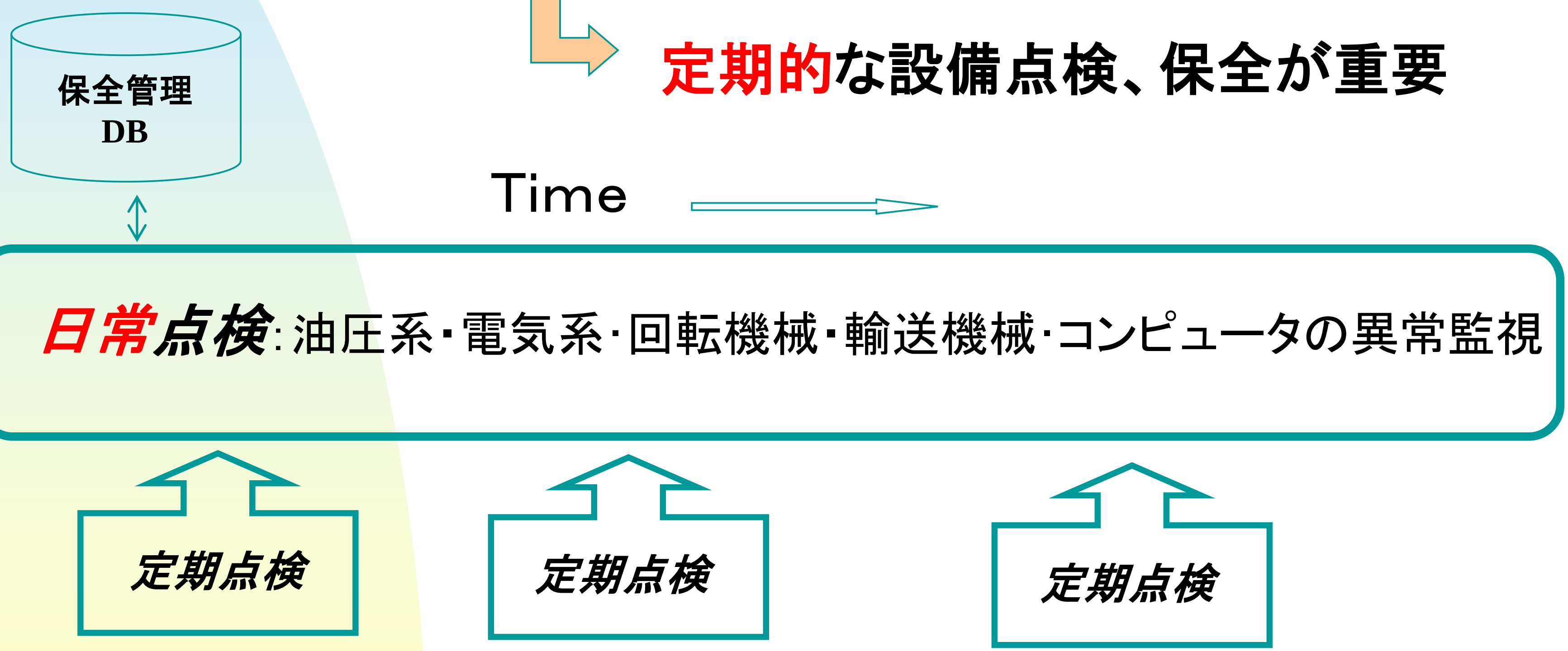


e .生産設備の保全

生産システムは長期に渡り、**継続的**に活動し続ける

一部の故障や，性能低下（劣化）が大部分に影響

定期的な設備点検、保全が重要



・異常の点検、修理

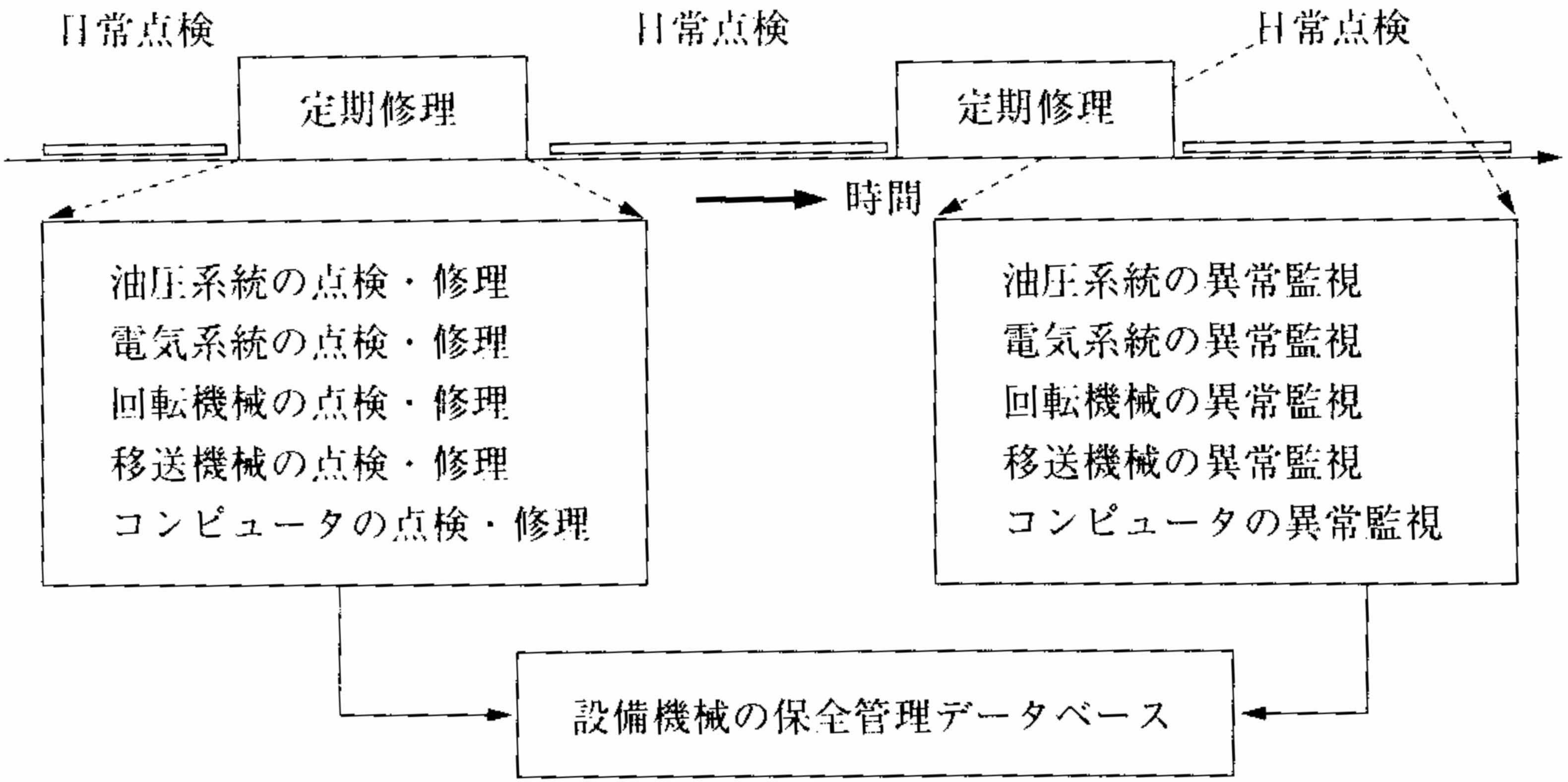
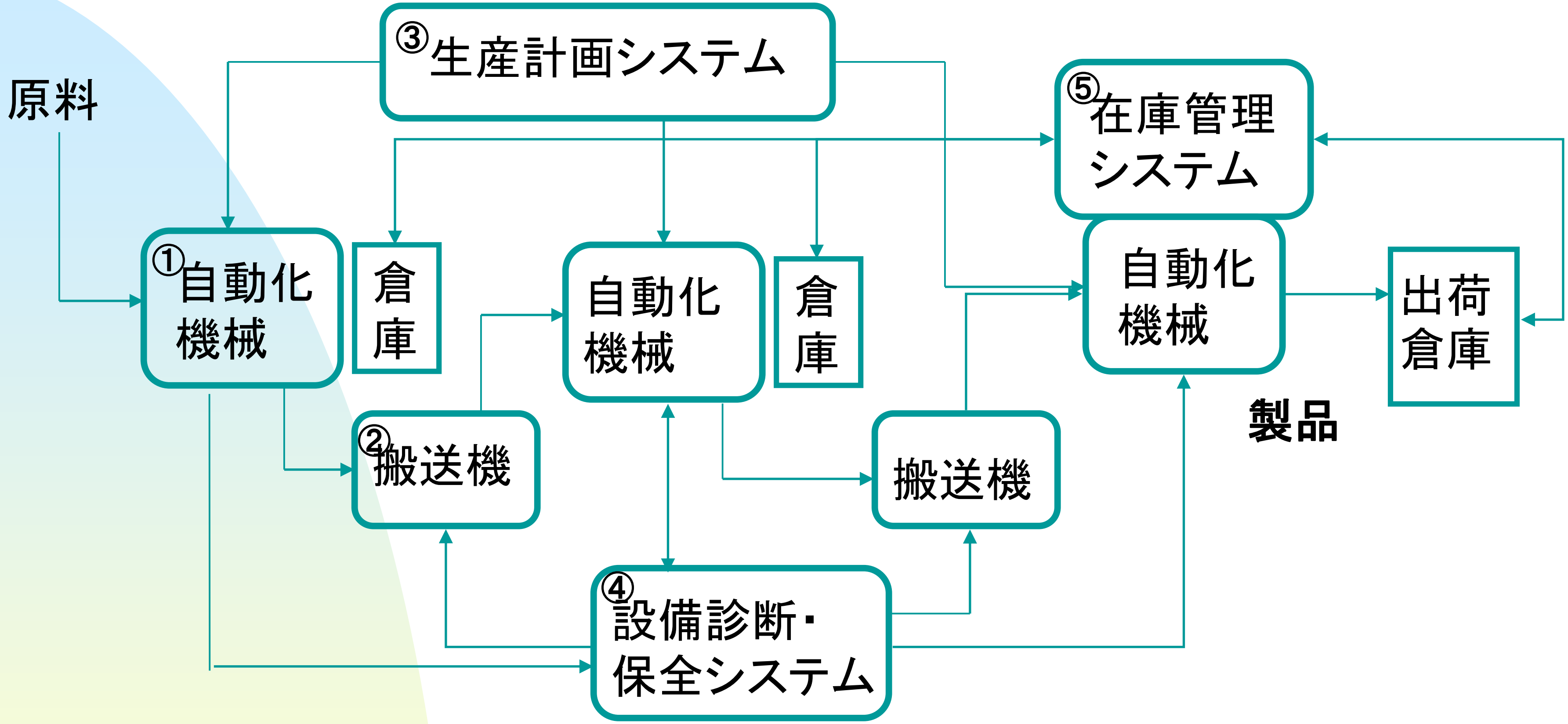


図 1.10　設備保全システムの機能

f. 自動化された生産システムの構造



①～⑤の要素が有機的に結びつくことにより、円滑な（物と生産情報の流れの）自動化

FMSの構成例

賢く

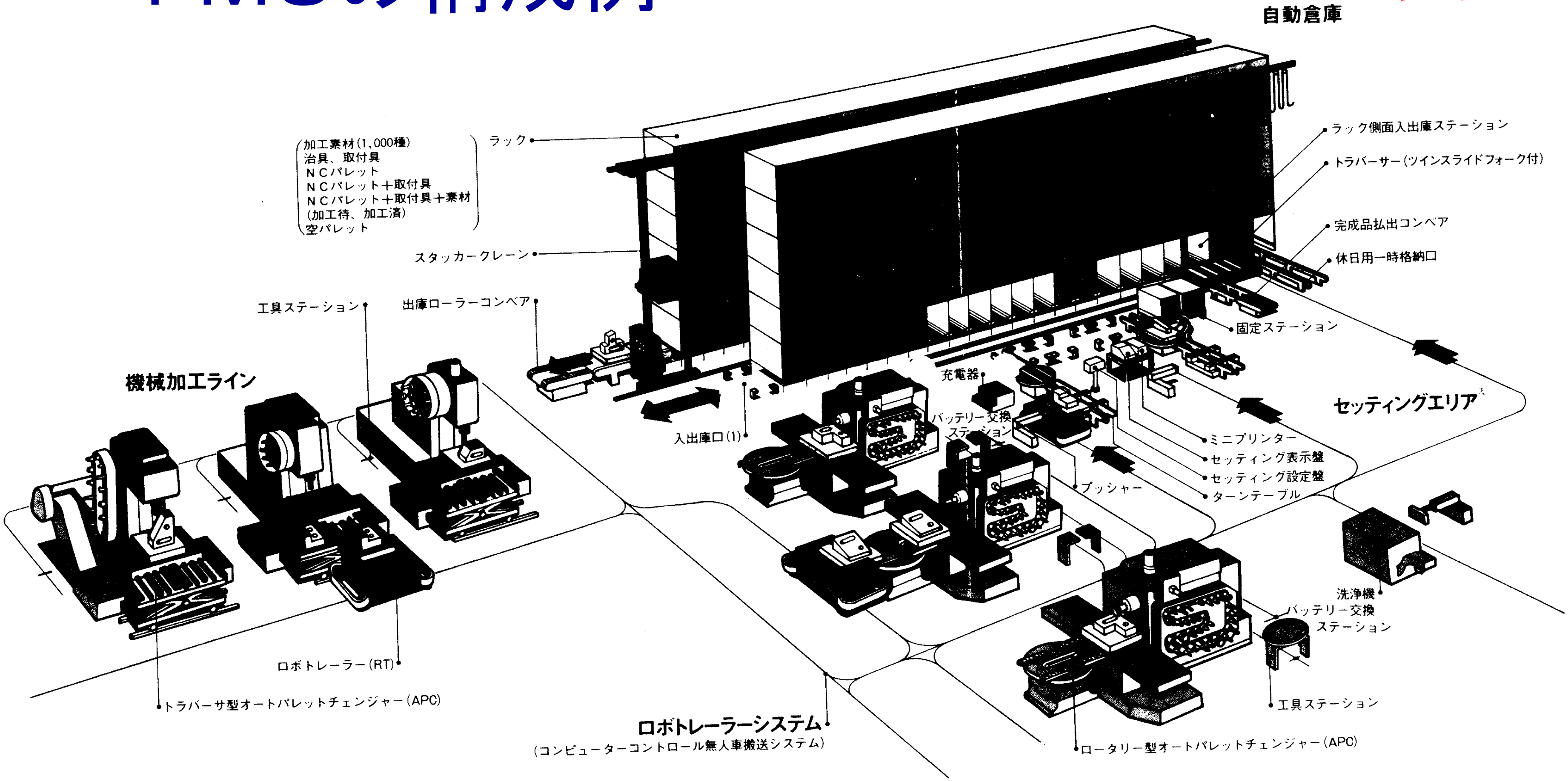


図4·7　ランダム・アクセス型 FMS（村田機械㈱提供）

1．1．3　生産システムの構築

機能面⇒機能を付与するための要素技術

・生産システムの解析
・生産管理サブシステム
・生産スケジューリングシステム
・生産システムシミュレータ
・計測制御サブシステム

A. プロセスおよび設備の設計

生産設備には**耐用年数**があり、**設備性能**は時間とともに低下する

設備更新（リプレース）

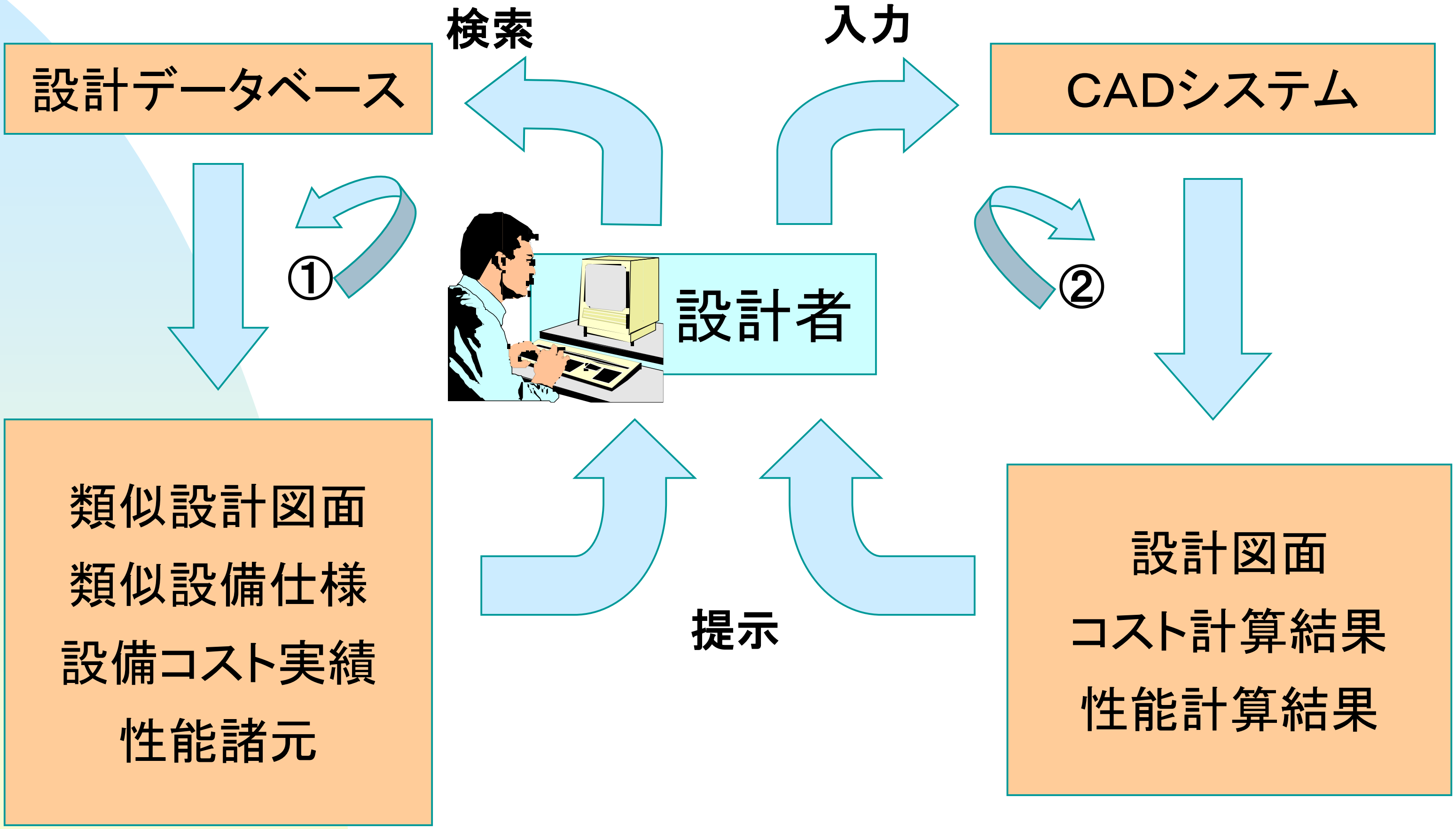
従来の設備での　設備効率を高める

操業経験　**設備設計**

＋

情報通信技術・コンピュータ技術
(e.g. 遠隔監視，操作を意識したリプレース

プロセス･設備設計のバーチャル化（計算機援用）



①②を繰り返すことにより、設計内容が徐々に収束し、必要な設計ができる。

B. 生産システムの解析

設計設備が機能を発揮できるかの検討

期間需要

期間生産計画システム

期間生産計画

設備能力

工程別生産計画システム

生産管理者

中仕掛り推移

生産リードタイム

工程別生産計画

設備能力

初期仕掛り量

生産システム
シミュレータ

データ整理・加工

生産実績

予測結果

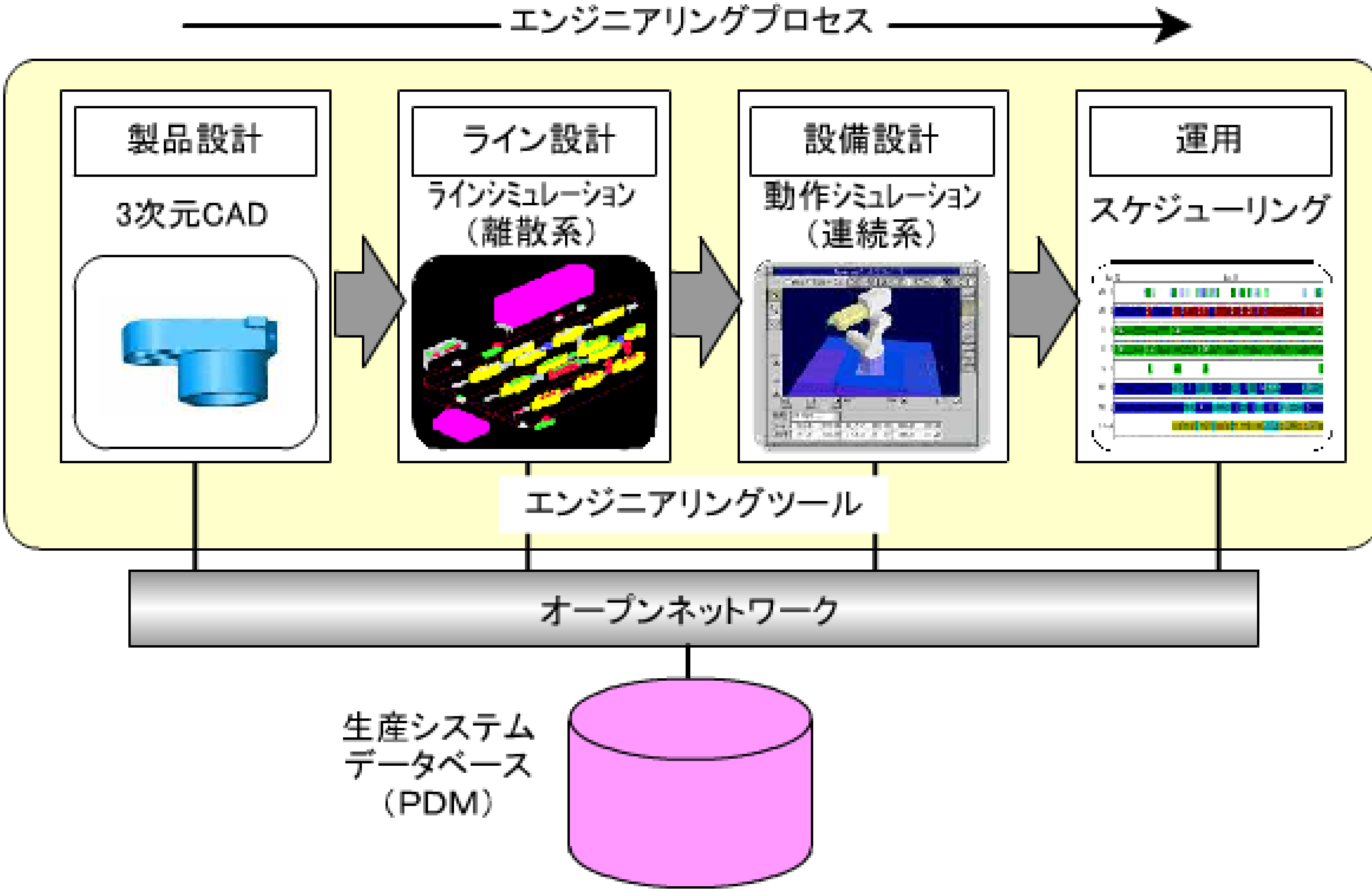
需要の変動に対する生産システムの**工程能力**を定量的に評価可能

・**稼動後**の問題発生を回避

・**設備コスト**の低減を計る

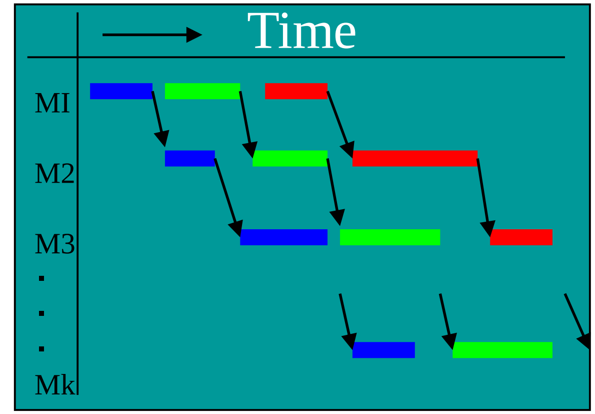
生産システム設計と情報化

賢く



C. 生産管理サブシステム

- 生産計画に従う，**生産実施の適正さ**を検証（**設備能力**と**需要**のバランス）
- 納期遵守のチェック



品種別需要推移

↓ 見込み生産
注文生産

生産ロットと納期の設定 → 生産スケジューリング作成

↓ 投入時期
投入順

生産過程のシミュレーション → OK

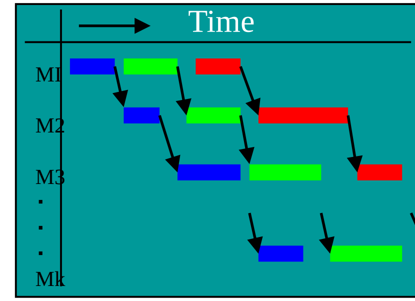
OK —N→ ロットと編成の改訂 → 生産スケジューリング作成

OK —Y→ 生産実施

生産管理の流れ

D. 生産スケジューリングシステム

円滑に注文の処理



対象の数学モデル作成と求解

①

数学モデルの解の妥当性検証

②

実対象への適用方法の選択

③

スケジューリング結果の実機運用

④

適用結果の評価と改善

①'　③'　④'　④'　③'　④'

どのジョブを
どの時期に
どの機械に

組合せ最適化問題に帰着

生産スケジューリングの方法論

- 分枝限定法
- メタ戦略
  - GA（遺伝的アルゴリズム）法
  - SA（焼き鈍しアルゴリズム）法
  - TS（タブーサーチ）法など

が有効な解法

E. 生産システムシミュレータ

各工程の負荷状況や生産量の推移を計算

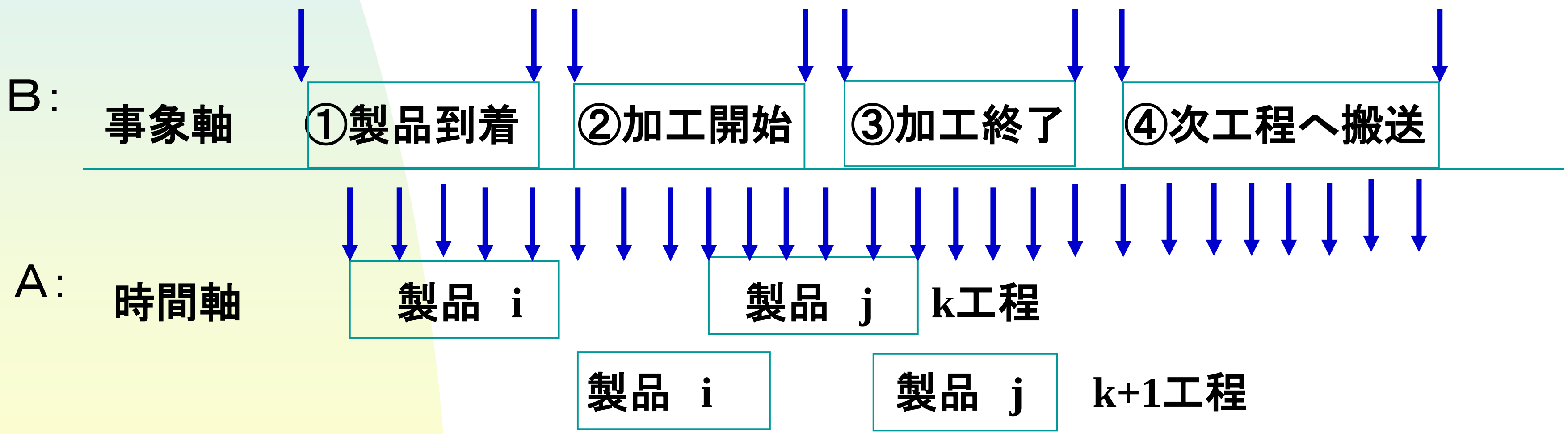
シミュレーションの方法

・A: **時間推移**型

時間の推移とともに設備の稼動状況と製品の流れを追跡　・

B: **事象駆動**型

注文の到着や前工程から当該工程に製品が到着するなど**状態変化**が生じた時点毎に、**処理内容**とこれに伴う**生産状態の変化**を計算する。



投入順:　待ち行列(投入毎に更新)を利用;　**ディスパッチングルール**

(e.g. FIFO)

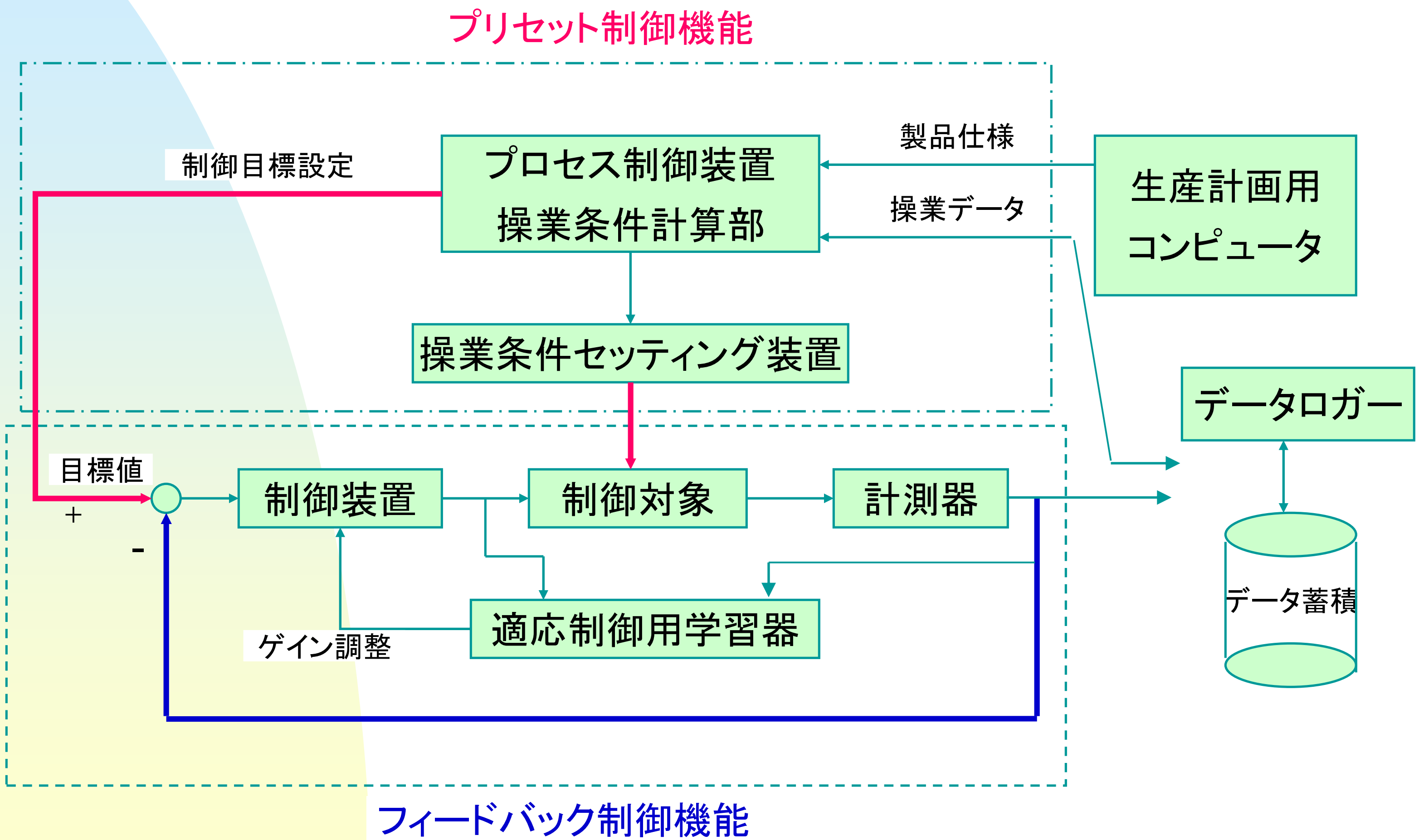
F. 計測制御サブシステム　自動化の基礎技術

計測技術の進歩：

- 品質保証→**品質検査**
- 自動運転→**加工状態の監視**

制御測技術の進歩：

- 安全や作業面での作業環境の改善
- 生産量や品質の安定化



プリセット制御　→　フィードバック制御

1.2 次世代の生産システム

- 環境配慮型生産システム
- 快適生産を目指したバーチャル生産工場

1.2.1 環境配慮の生産システム

循環型社会の構築
ISO14001（欧米）、家電リサイクル法
包装容器リサイクル法　etc. で具体化

a. 高循環型商品の評価指標

- 再生材使用率
- リサイクル率
- 材質の統一標準率
- 破砕性
- 分別性
- エネルギー節約率
- CO_2発生率（発生CO_2 /製品重量）
- 小型減容率
- 分解容易性

これらを考慮して
部品、材料の選択

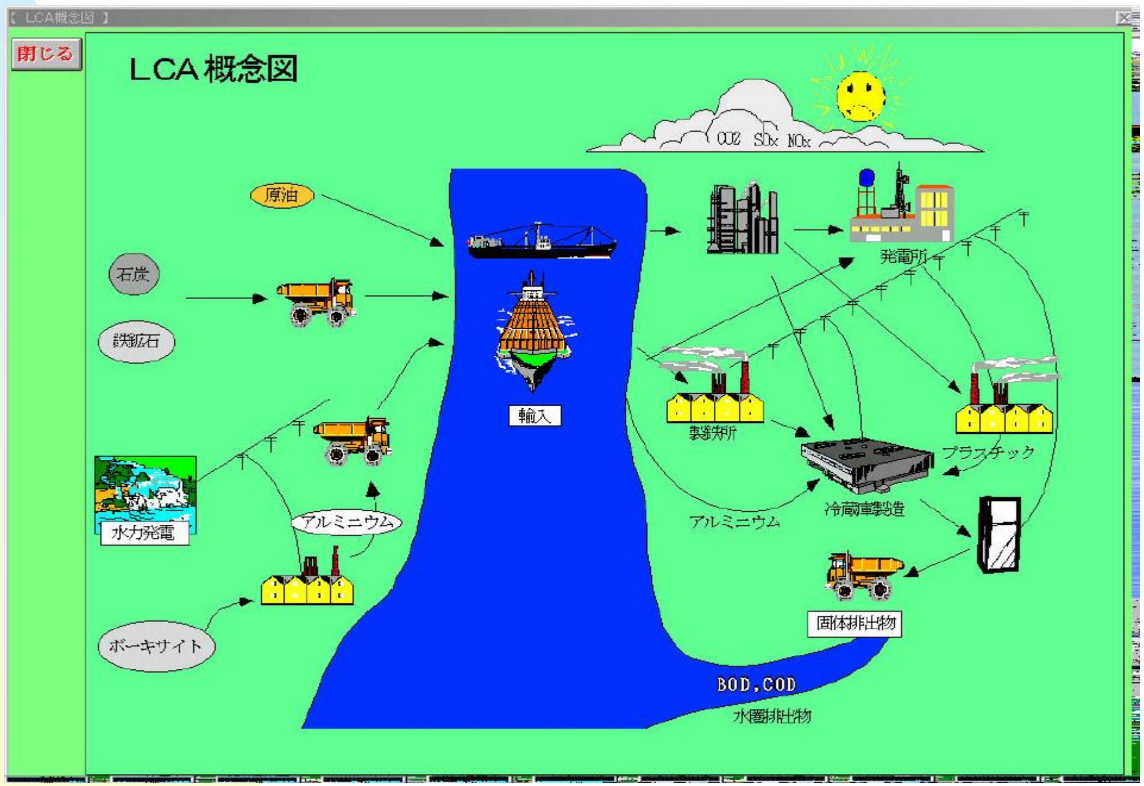
LCA (Life Cycle Assessment, ライフサイクルアセスメント) とは

製品／サービスの環境負荷を「ゆりかごから墓場まで」評価

入力

原材料

エネルギ



出力

大気圏排出物

水圏排出物

固体廃棄物

副産品

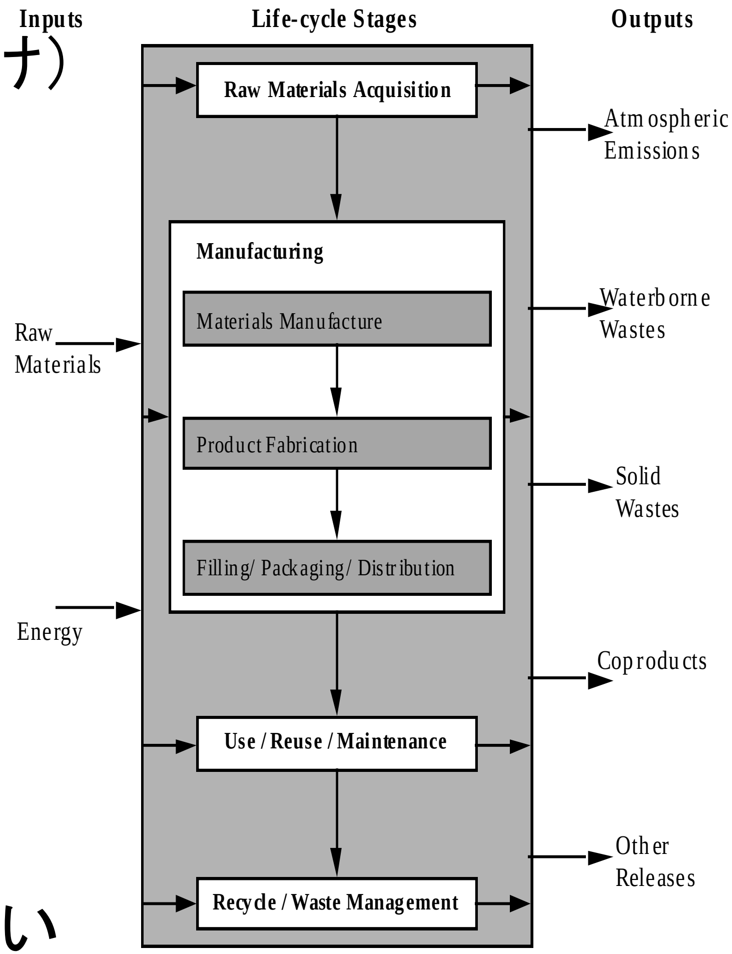
残査物

LCAの概念図

LCA (Life Cycle Assessment)

- 製品サイクルの排出物、原料の記述
- 排出、原料消費の**影響評価**(重み付け)
- 製品と環境の相互関係を取り扱う
- 環境システムの**製品・工程の改善**

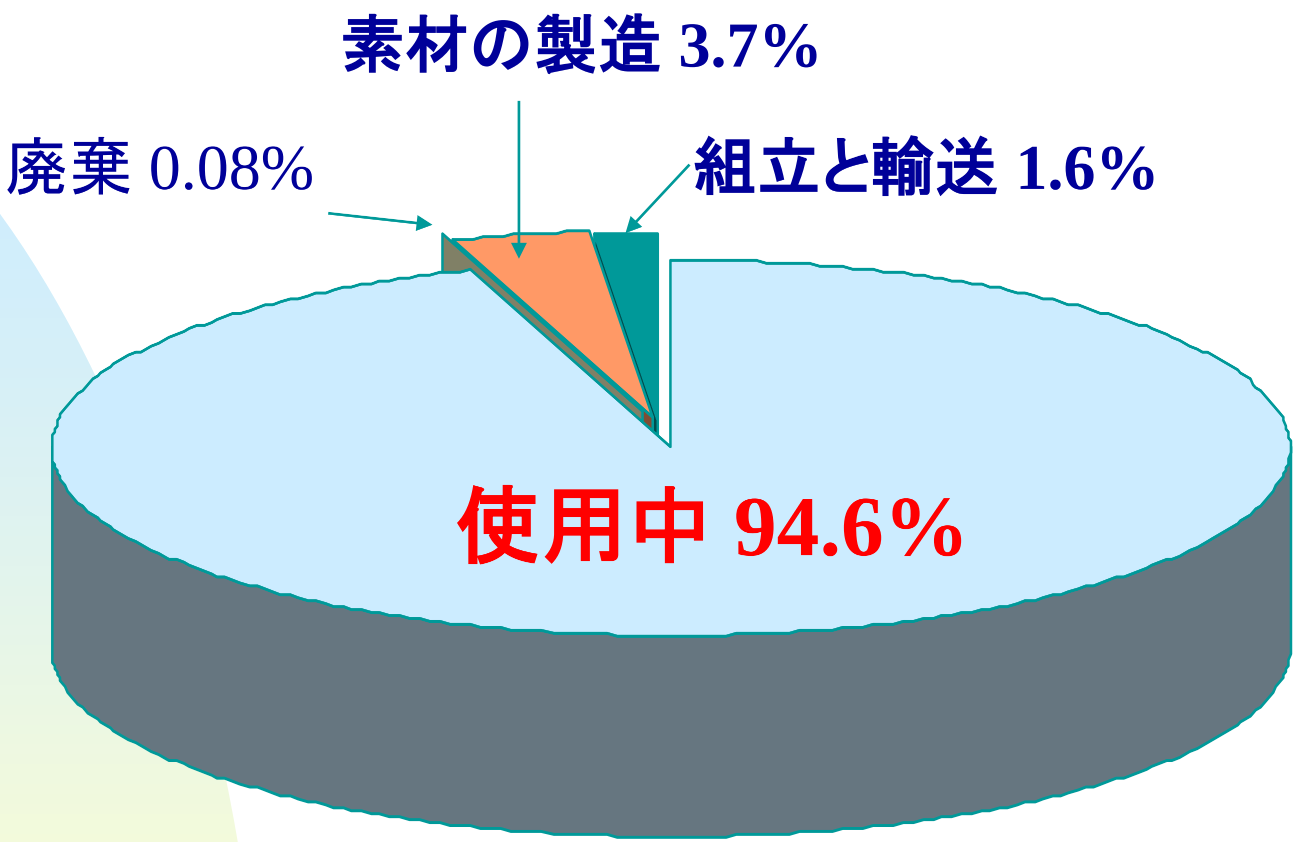
Y=AX 、 X: 投入量
A: 負荷行列
Y: 環境負荷量



LCAの問題点
•不備、不正確の場合が**ある**
•技術革新によりデータは**古くなる**
•データがまだ足りない
•生態系への被害の十分なデータがない
•生態系への被害を評価する方法がない

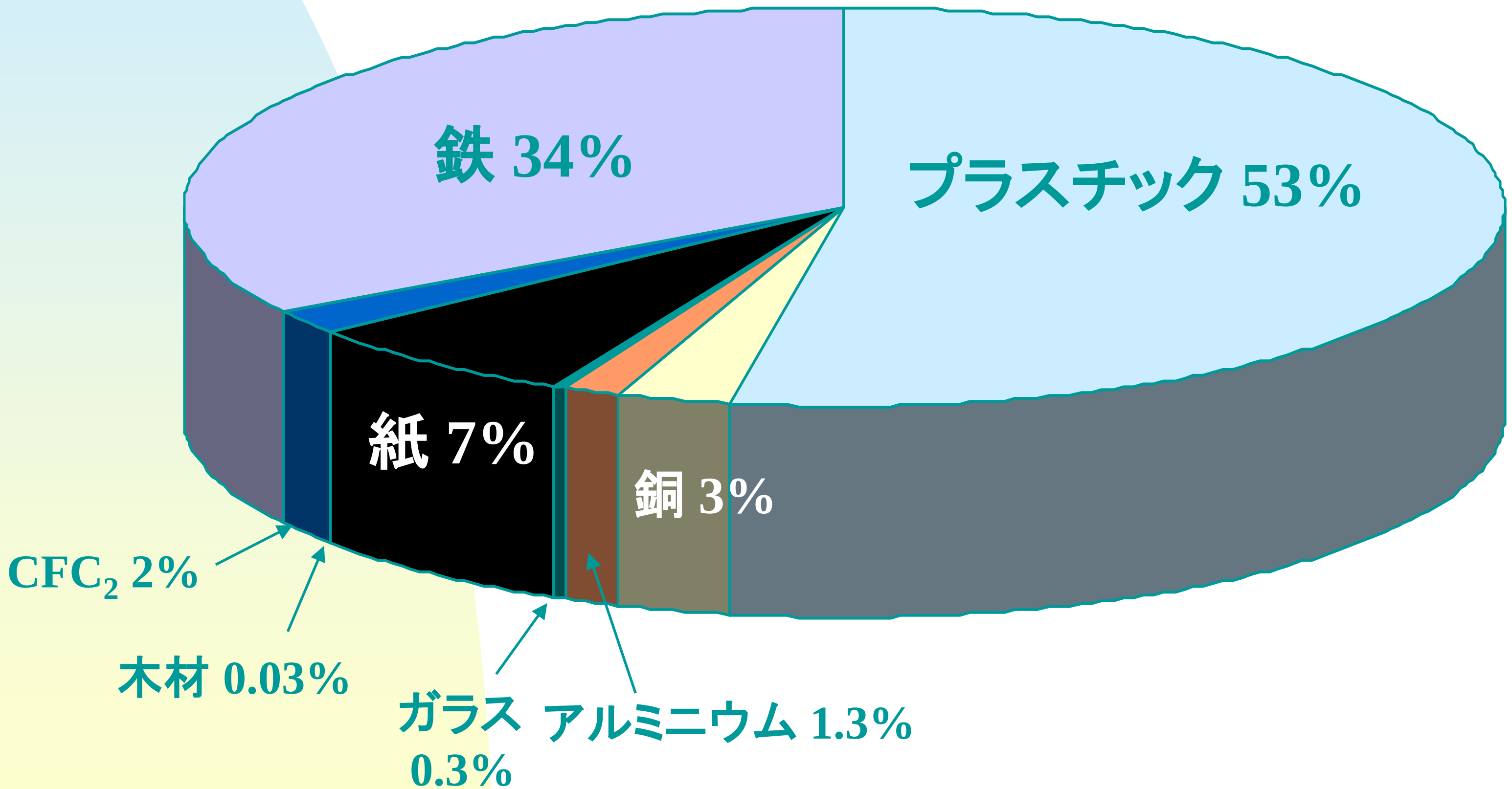
表　　LCA研究の歴史

1960, 1970年代	エネルギ分析の拡張による資源と環境影響解析 －初期のLCAとなる初歩的な定量的アプローチ
1980年代	LCAについての一般的関心は希薄，製品LCAに関する方法論と枠組みについての若干の取組
1990～1994	学・官・民の関心が国際的に再燃，方法論や実効を高めるためのSETACのワークショップの開催
現代	LCAの概念が明確化し，定量的LCAの実行時や設計，政策及び制度に関する決定時に反映 (LCA手法の枠組みが1997年6月にISO-14040として発行，11月にJIS-Q-14040となる．)



冷蔵庫のCO_2排出量

冷蔵庫に使用される素材の製造のCO_2排出量



b. 環境協調型生産システム

生産に伴う環境負荷の評価 ⇒ LCA （ISO14000)

1）工場内における製造量の調整

$$x_{ji} = W_{ji} \cdot Z_i$$
$$X_j = \Sigma_i x_{ji}$$
$$Ym_j = (Am_j) \cdot X_j$$
$$= (Am_j) \cdot \Sigma_i x_{ji}$$

i： 製品（1～I）
j： 原料種（1～J）
Z_i： i 製品の月間製造ユニット数
x_{ji}： Z_iに必要な原料 j の量
X_j： 全製品を製造するための原料 j の量
W_{ji}： i 製品1ユニットに必要な1原料 j の量
Am_j：X_j による負荷行列
Ym： m因子による環境負荷量

環境負荷値を一定以下

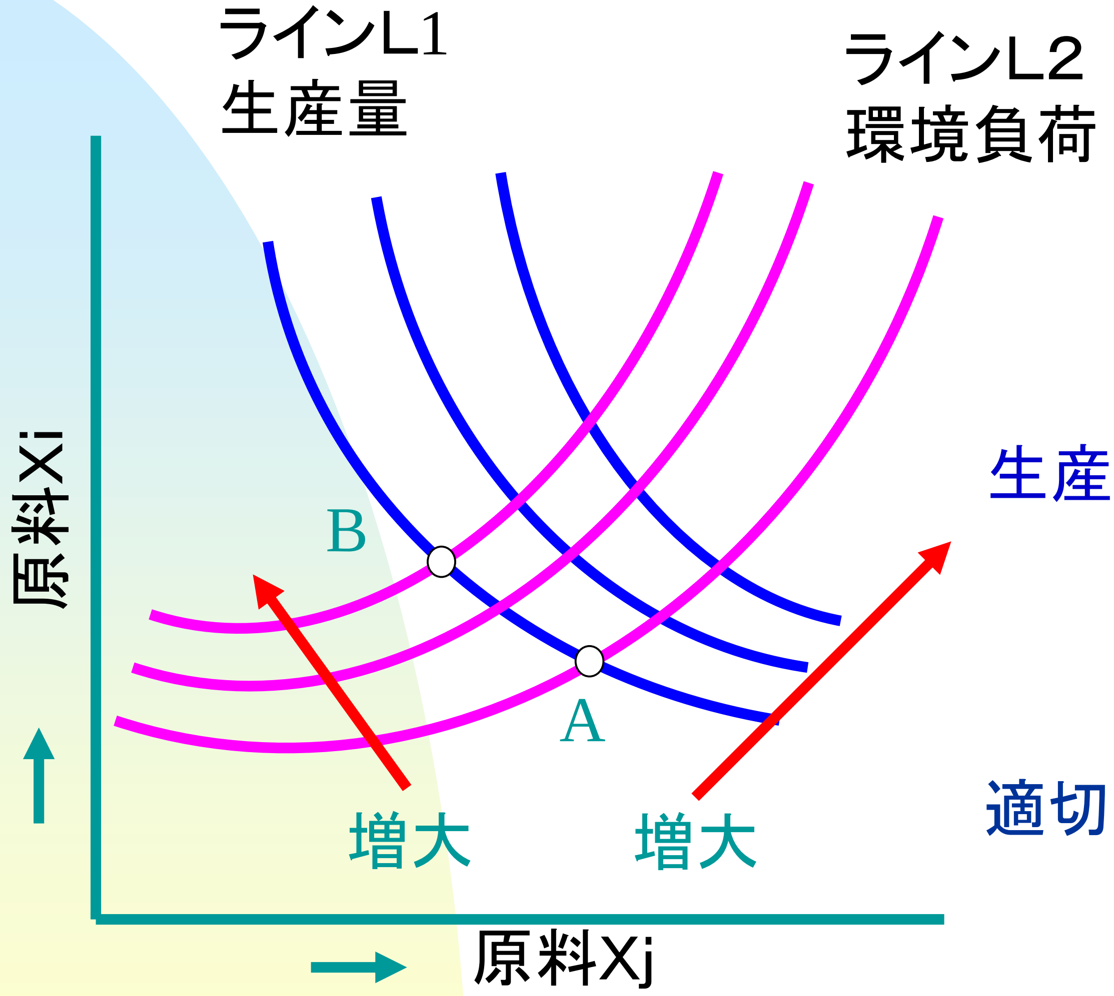
$\Sigma_j Ym_j \leqq Y_0 m$（負荷上限値）

生産量の確保

$\Sigma_i Z_i \geqq Z_0$（生産目標値）

これらの条件を全て満足する x_{ji} を求める

生産量と環境負荷の関係



生産量同一時の環境負荷

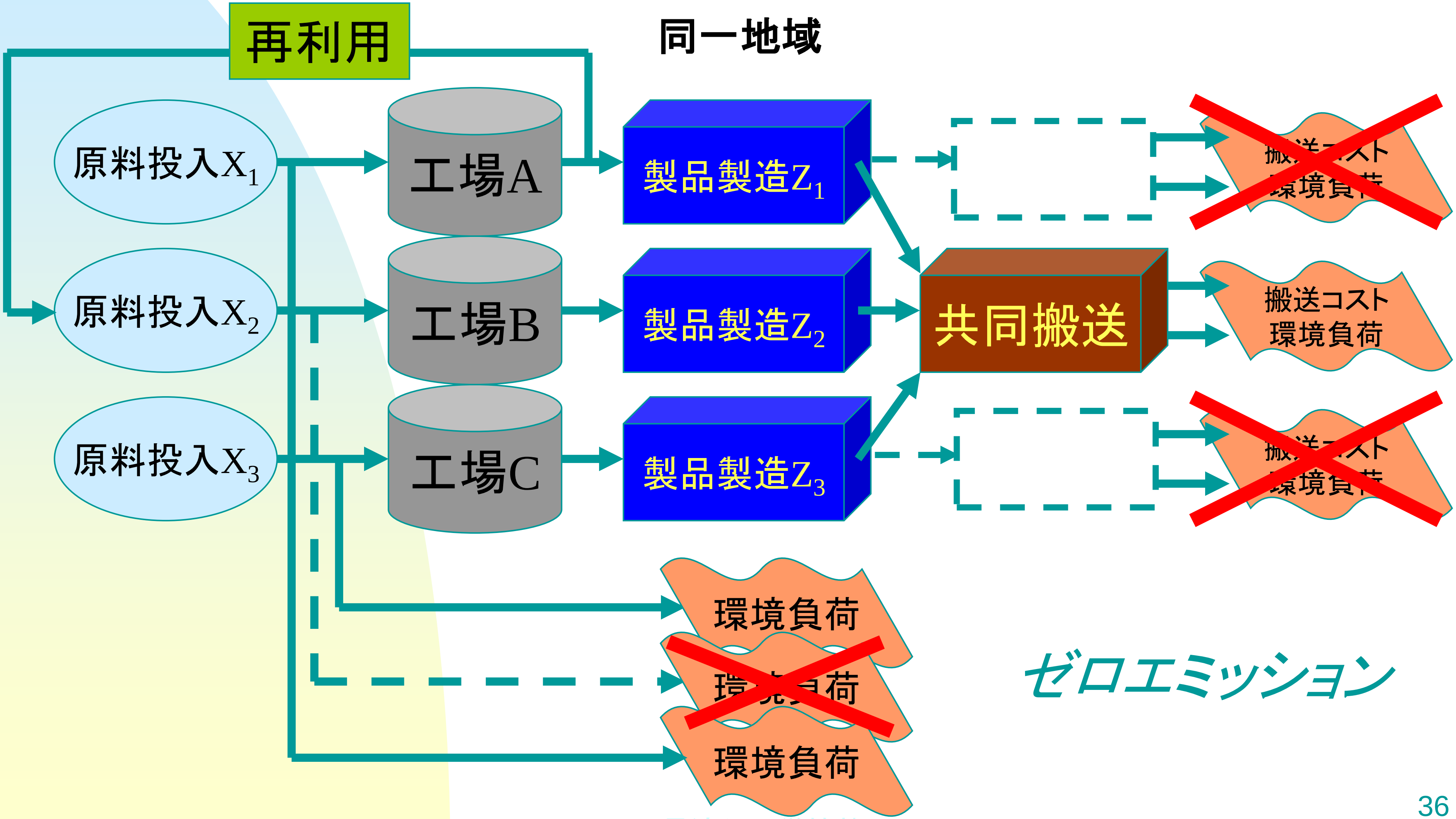
$A < B$

適切な原料使用比率がある

（原料使用比率の調整による環境負荷の調整）

2）複数工場の連携による環境負荷の低減化

廃材の有効利用と製品搬送の共同



1.2.2 バーチャル生産システム

生産現場の状況の**コンピュータ**上での**可視化**

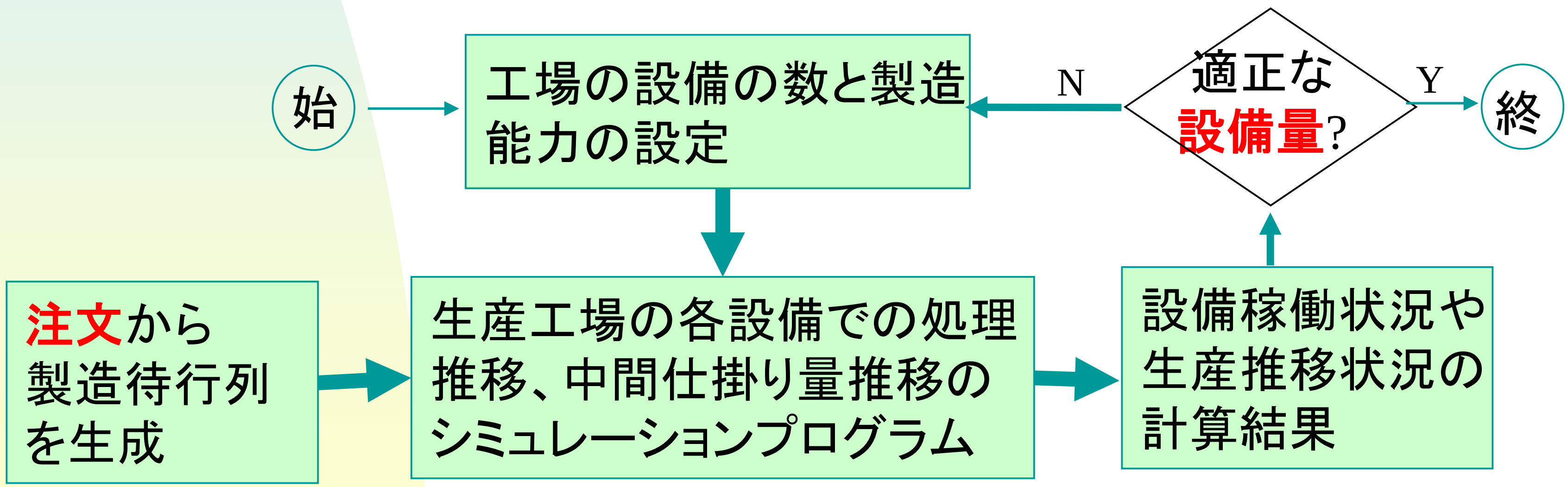
生産情報と物流情報の連携

a. 設計段階でのバーチャル生産システム

システムの改善点を**操業前**に発見・修正が可能

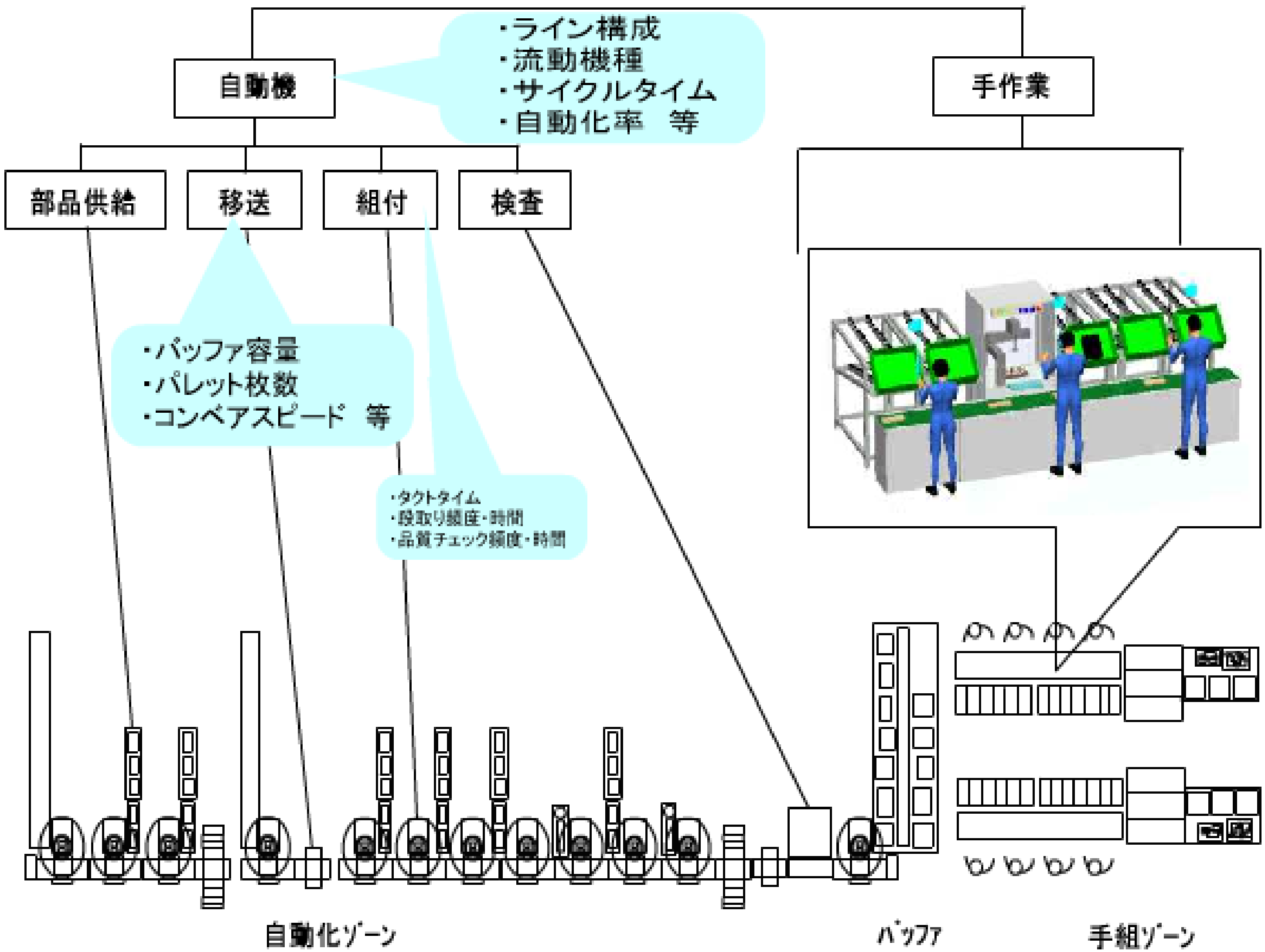
過大な設備 → 過大な設備費 / 稼働率の低下 ⇒ **コスト**の増大

過小な設備 → 小規模な生産 ⇒ **需要**を満たさない



設計段階でのバーチャル生産システムの構成

⑦生産システム設計事例−組立ライン



b. 操業段階でのバーチャル生産システム

目的:生産環境の変化に対し

e.g. 新規の注文、需要量に変動、設備の能力向上や増強

a. 生産システムの評価

生産量の確保や**納期達成**の遵守が可能か否か

b. 生産計画の**修正による対応**が可能か否かを検討する

熟練者の**経験**に基づく従来の対応 → 結果に**個人差**

↓

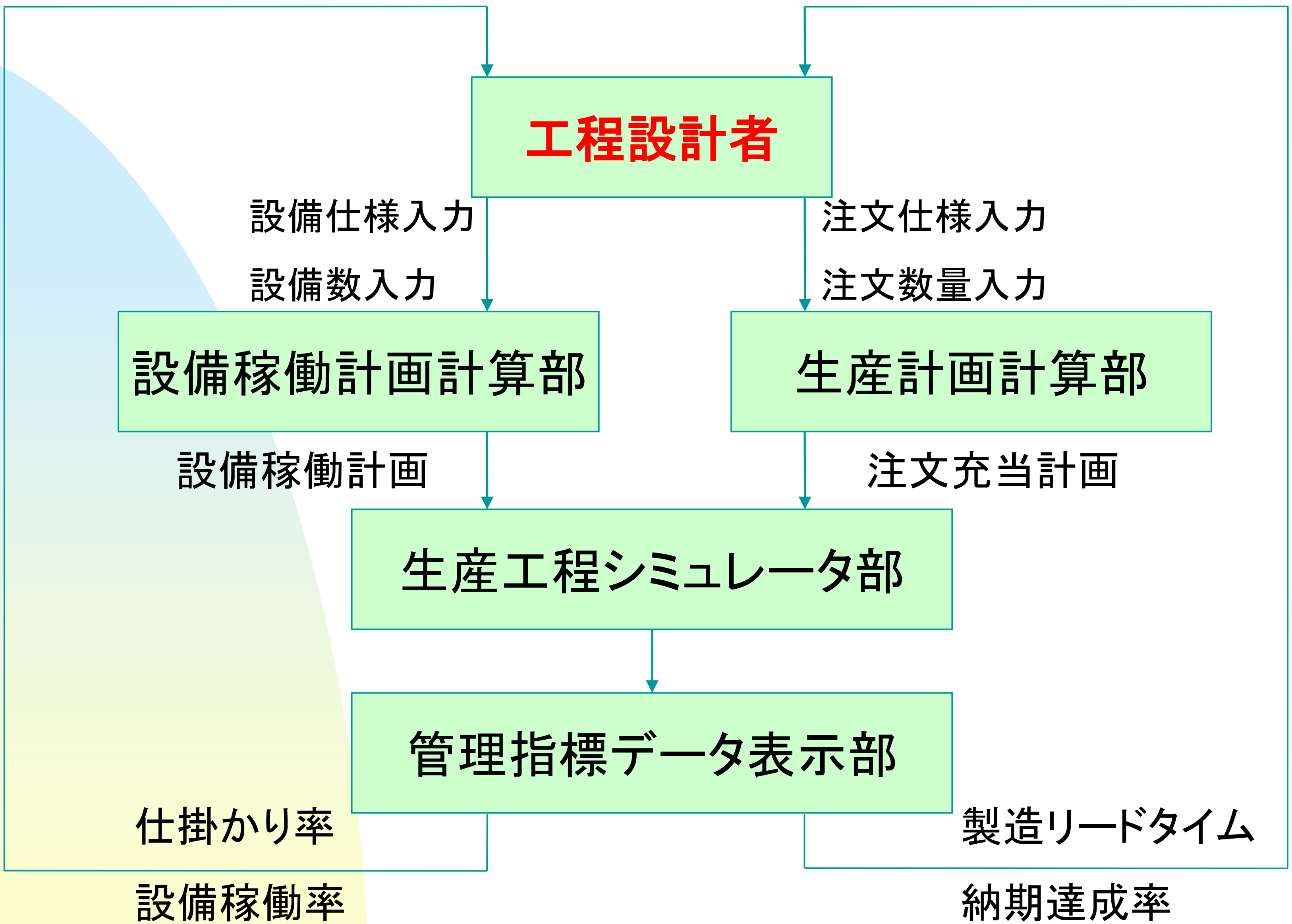
バーチャル生産システム

大規模な生産活動を**コンピュータ**上で構成

↓

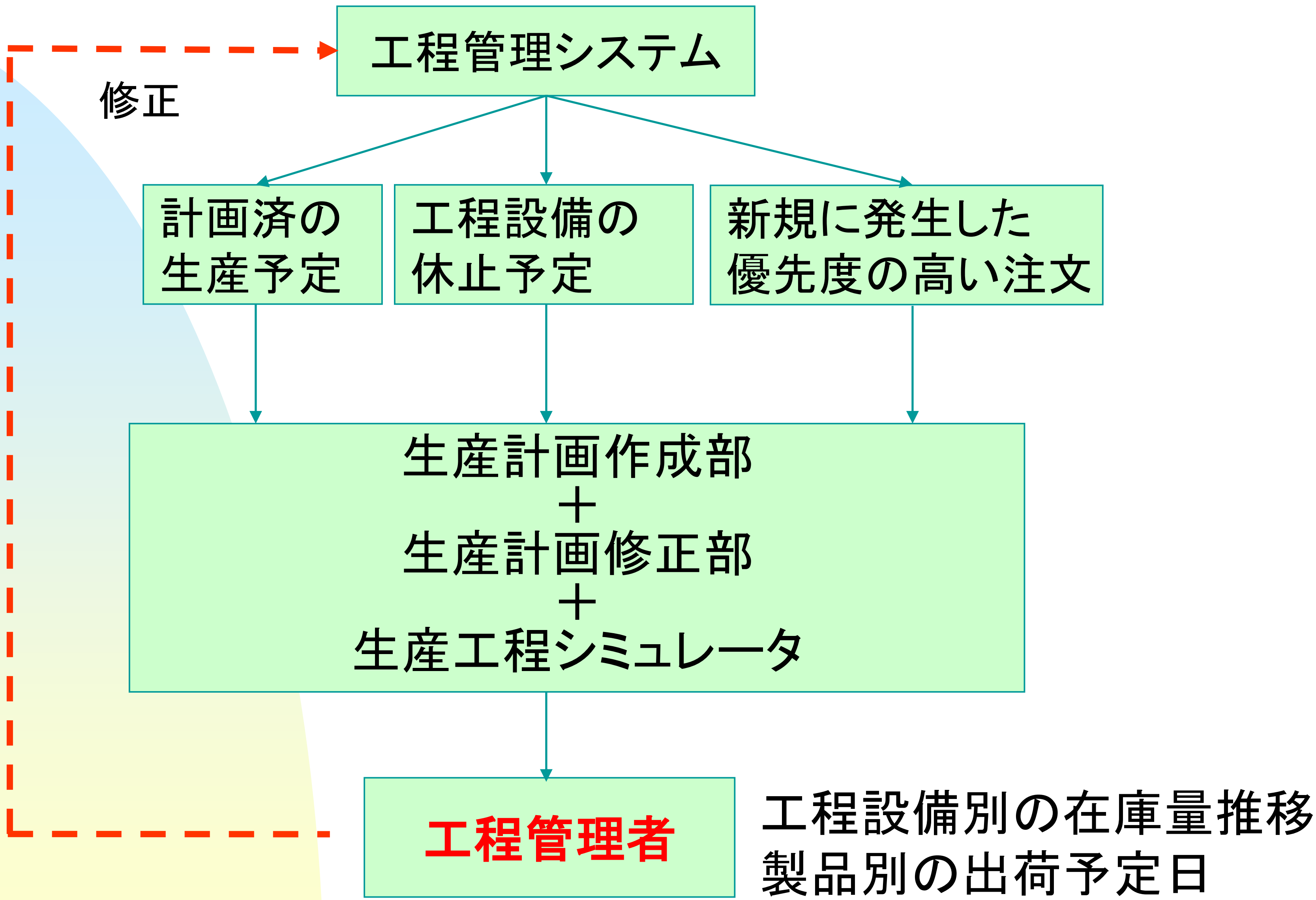
生産環境の**変化**を反映する生産計画や生産推移のシミュレーションを**短時間**で実行可能

操業段階でのバーチャル生産技術(1)



対話型生産計画シミュレータ（図1.23）

操業段階でのバーチャル生産技術(2)



バーチャル生産活動シミュレータ（図1.24）

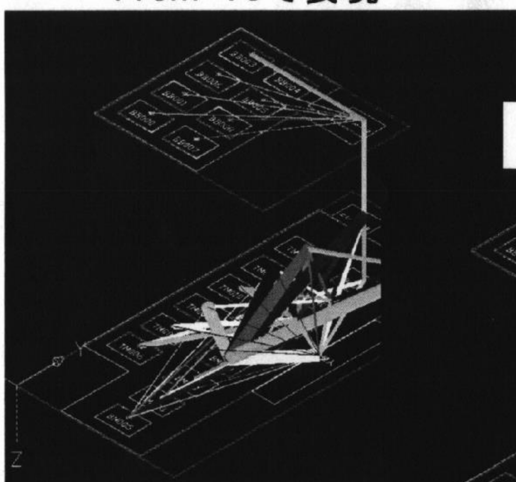
物流動線解析

必要な情報

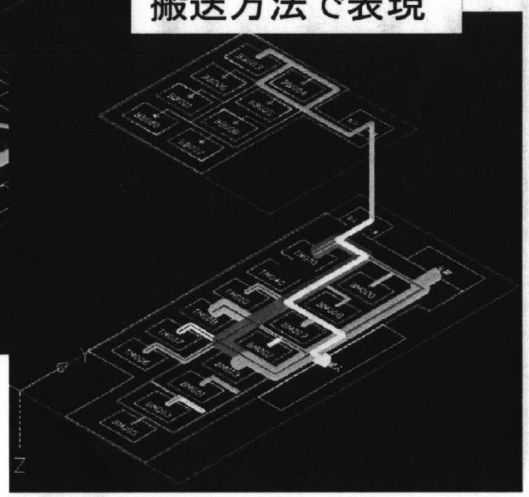
レイアウト(CAD)
From−Toデータ
品番、部品構成、生産数、収容数・・・

モノの流れを視覚的に評価
- From-Toをもとに工程間のフローダイアグラムを自動作成
- 複数レイアウト案について、視覚的に検討

From−Toで表現

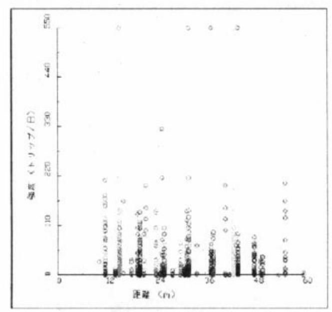


搬送方法で表現

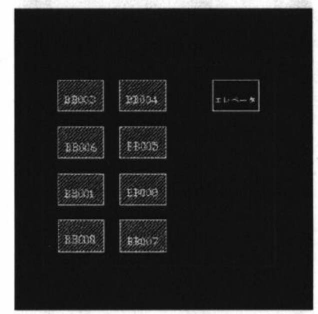


- 長さで移動距離
- 太さで搬送回数(量)を表す

出力情報で全体レイアウト、
運搬方法(ルート)を検討



距離-強度チャート



生産エリア、物流エリア比

- 自動化率
- 1m当りの金額(金額登録時のみ)
- 生産台数当りの金額(金額登録時のみ)
- 歩行率
- 手扱い率

うれしさ

動線を考慮しレイアウト検討が可能
運搬方法、人工検討が事前に検討可能
(物流の立ち上げ期間短縮)

在庫解析(仕掛け)

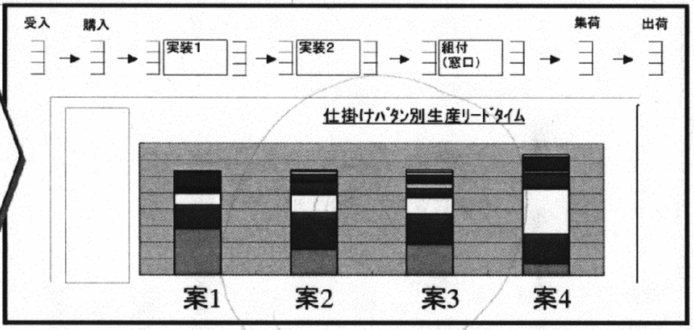
必要な情報

ライン情報(CT、段取り時間、可動率、・・・)
出荷情報(必要数量、トラック便、・・・)
品番、部品構成、・・・

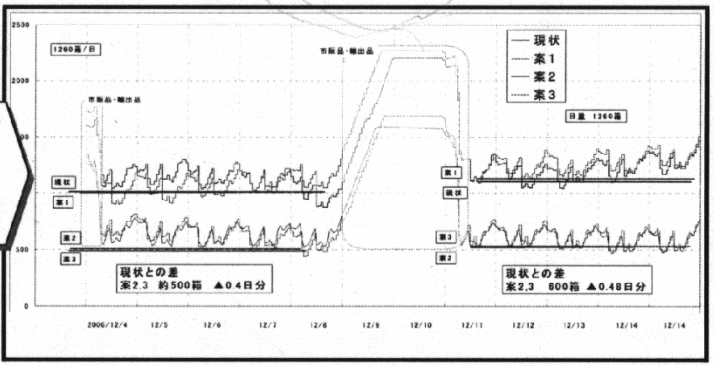
受入～生産･出荷に至るまでをバ－チャルで生産させるシミュレーション

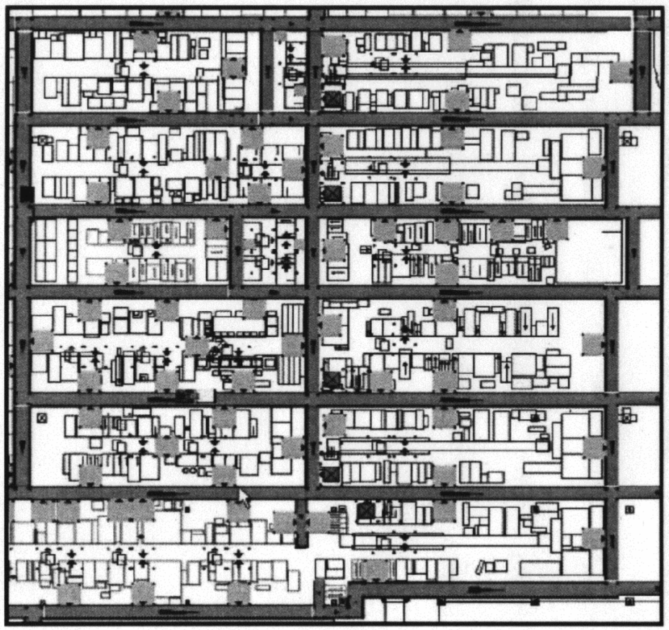
- 後補充(ﾛｯﾄ生産)を元に在庫を算出(動的解析)
- 算出在庫より完成品ｽﾄｱ必要ｽﾍﾟｰｽ算出
- 目標在庫日数より必要ﾗｲﾝ能力検証(段取時間)

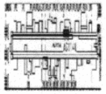
生産
ﾘｰﾄﾞﾀｲﾑ
比較

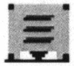


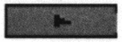
在庫量
推移






:ライン


:ストア


:通路

うれしさ

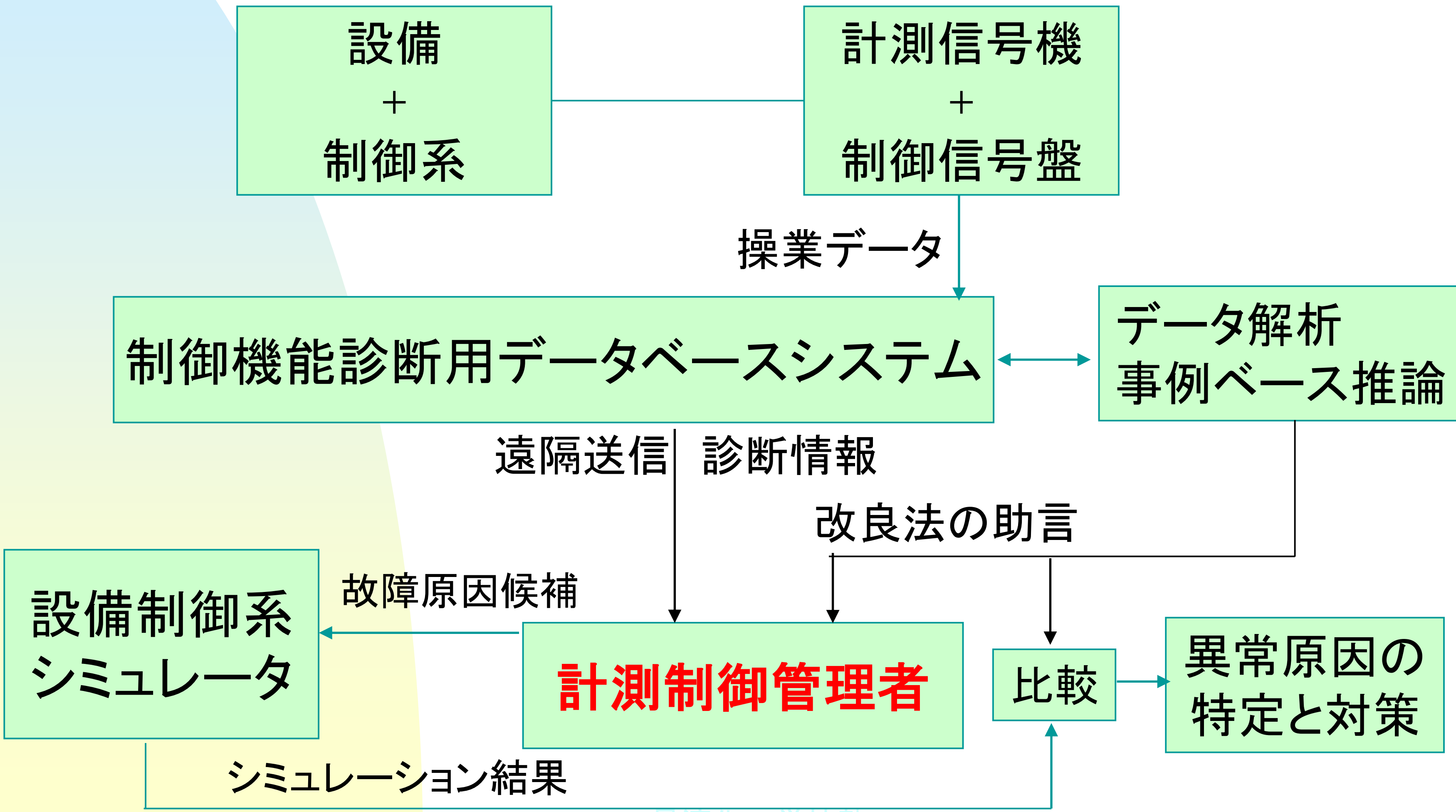
在庫低減(生産リードタイム短縮)

物流の立ち上げ期間短縮(仕掛け)

制御段階でのバーチャル生産技術(1)

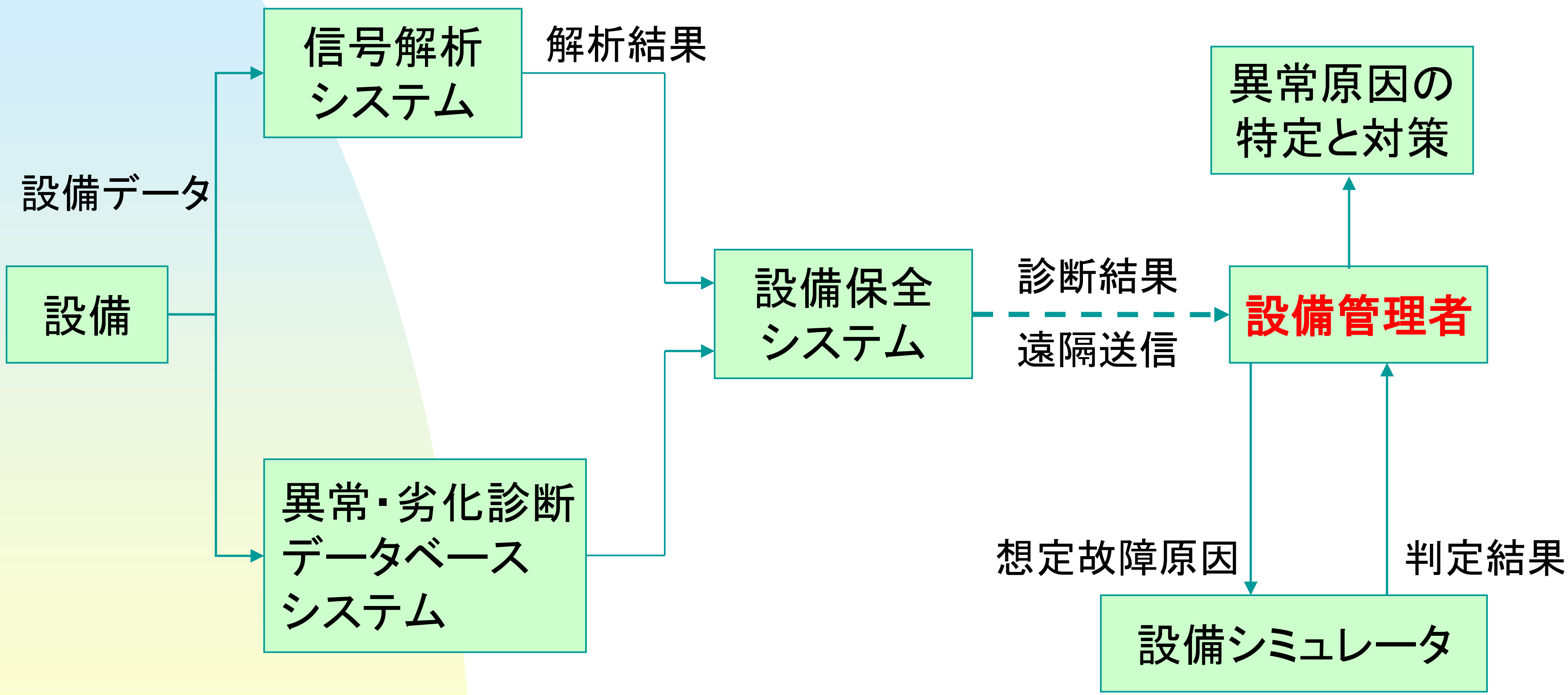
想定される故障原因を検討により**遠隔**での設備監視、診断、管理が可能
必要な**品質**を実現する制御系の決定や**制御上の問題点**の診断

制御機能の監視・評価・助言システム(図1.25)



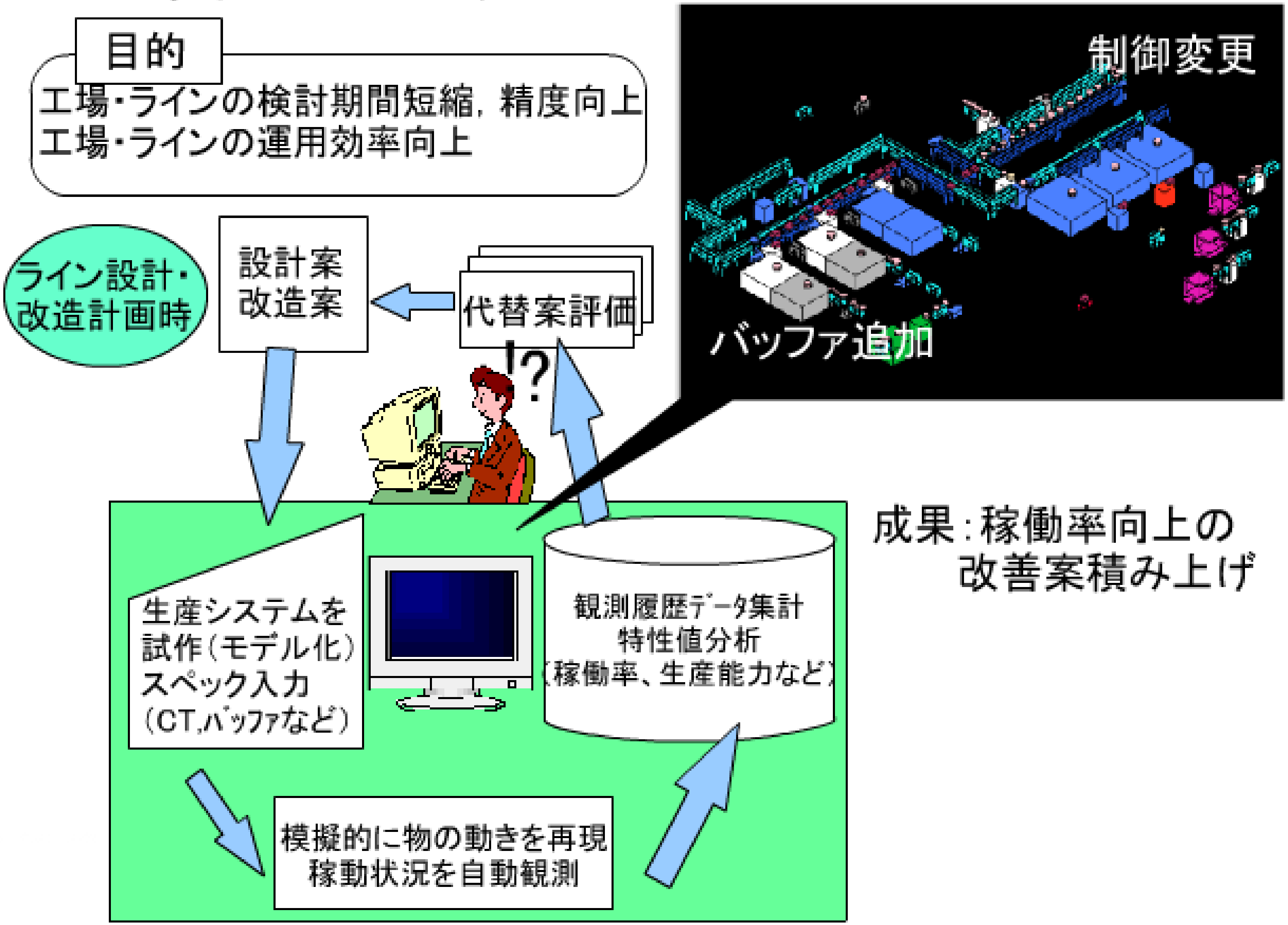
制御段階でのバーチャル生産技術(2)

工場設備の診断・異常内容解析表示システム(図1.26)



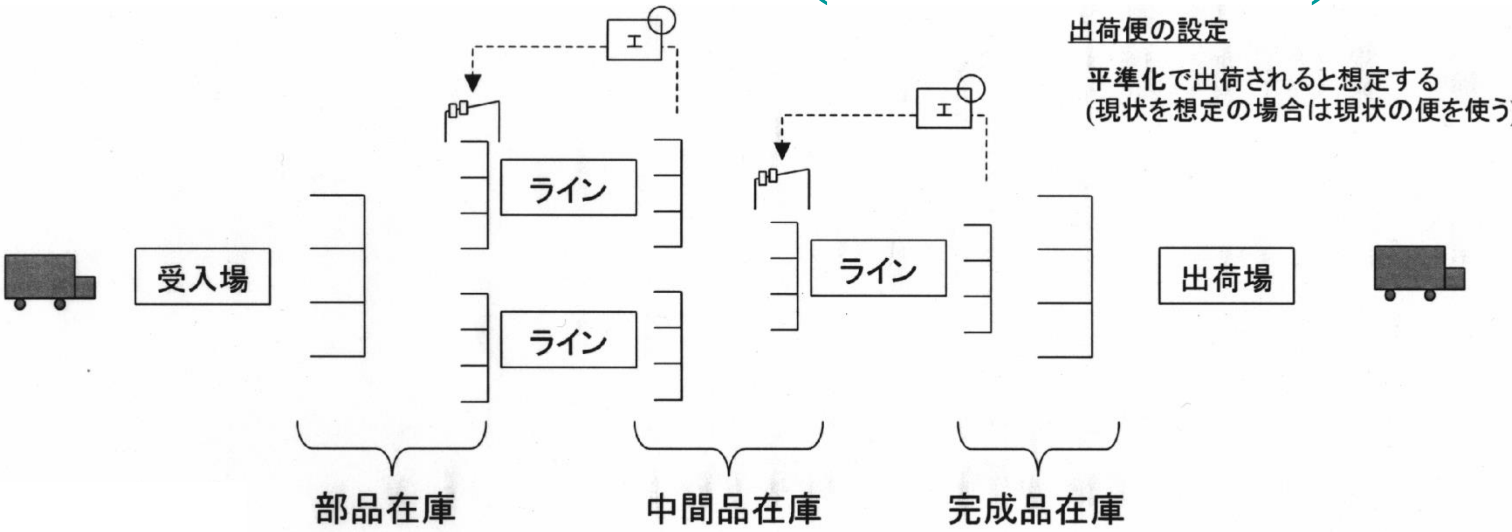
⑧生産システム構造の設計事例ー自動化率とバッファ量

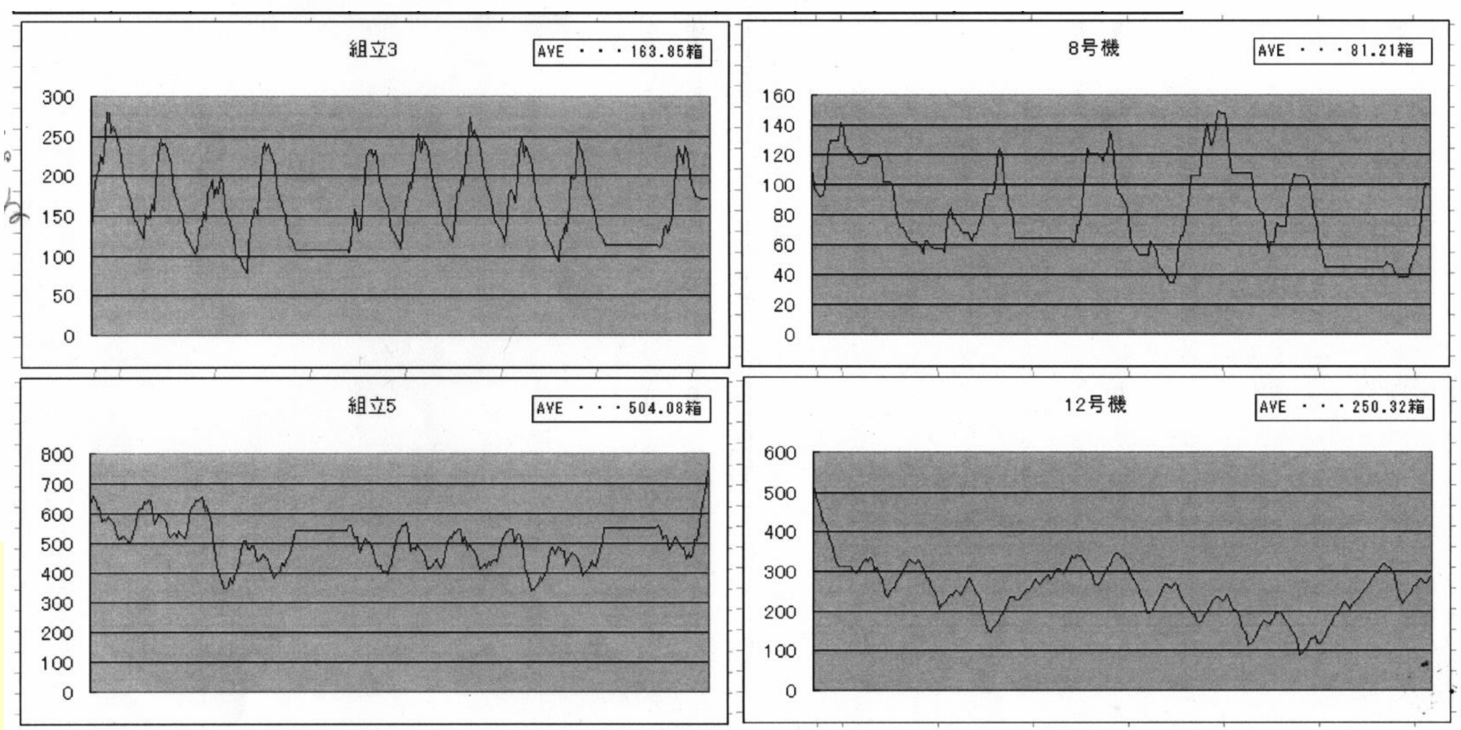
ラインシミュレータ



成果：稼働率向上の
改善案積み上げ

シミュレーション内容(仕掛け、在庫)





1．3　生産システムの展望

生産システム：多くの**構成要素**があり、
それらが**有機的**に連携したもの

コンピュータ技術、情報通信技術の飛躍的な進展

・生産システムのさらなる**自動化**
・**情報そのもの**を材料とした製品の市場における比率の増加

情報の加工を含めた
広い意味での生産システムの高度化

GEのウェルチ会長：　製造も行なうサービス業（50%以上）
自動車生産：　直接費100%近く → 30%以下に

生産システムの高度化

- 円滑で快適な**社会生活**や**企業活動**を維持できること
- **地球環境**と親和性のあるシステム
- 高速化したコンピュータや**情報端末**を利用した，遠隔監視，意思決定や設計活動ができる
- 時々刻々変化する**市場のニーズ**に迅速に対応する柔軟さ

各種の**バーチャル生産システム技術**の具体化と普及により実現される予想される

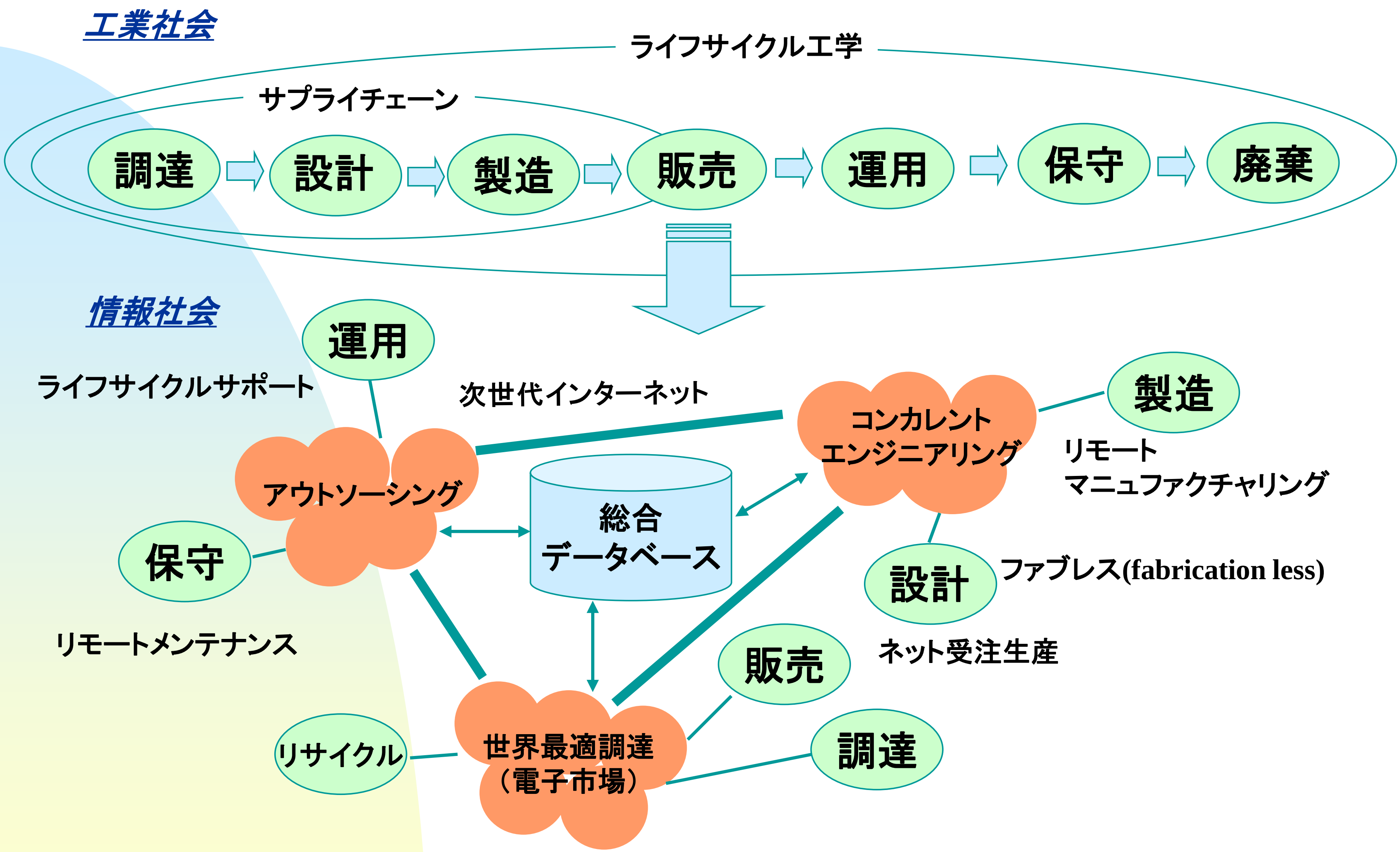


図１　バーチャルエンタープライズによる新時代のモノづくり

2. 生産計画と生産管理

生産計画･生産管理の目的と対象

顧客の

欲しい商品を
欲しいとき
良品質
安く

企画･開
設計
製造
保守･管理
販売
回収

製品ライフサイクルにわたる決定と運用

意思決定における
問題発見、定義、
定式化された問題の評価

最適決定

2.1 問題発見と問題定義の基礎

企画･開発の最大の課題

- **要求**の調査　(Marketing Research)
- **得意**とする技術　(Core Competence)
- **競争力**のある製品　(Global Competition)

対象

- 新製品
- 既存品の改良

検討

- **企画**の明確化
- 調達と予測
- **アイデア**の収集と絞込み
- 事前評価
- プロジェクト化

2.1.1 製品企画･開発のための発想支援モデル

- 水平思考
- ブレーンストーミング
- KJ法
- 要因関連図
- デルファイ法

市場調査、流通面からの情報 → 科学的な検討

e.g. 顧客の好みは多様で変化が早い

漠然として決まった形を持たない問題解決 (ill-defined)

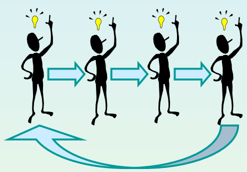
＋
- •想像的な発想法
- •要求や機能の構造的モデル化と分析

・ ブレーンストーミング(Brain Storming)

問題解決に必要な**要因や手段**の列挙や優先順位を見出そうとする

7～8人のグループで行なうのが適当(Chunk)

- 自由に**短い語句**、**簡単な文章**で述べてもらう
  他の人の意見に触発され、**自由に発想**
  お互いに意見や批評、質問を**避ける**
- 司会者は発言内容を書き並べる



- 発言が一巡したら**始めに戻って**なくなるまで行う
- 発言内容をカード等に書き写し、**グループ**に分ける
- 必要があれば発言者に追加説明を求める

・ デルファイ法（アンケート収れん法）

同じ内容のアンケートを**回答付き**で繰返し行なう

意見や観点の**自己組織化**

主観 → アンケート結果を見直す → 客観 合理的な解決

陥り易い独断的な判断

要求機能の構造化モデル

・ ISM法

システムの**構成要素間の相互関係**の認識を
視覚的に明らかにする

↓

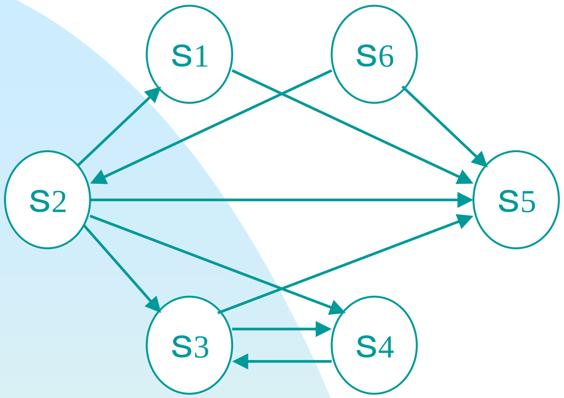
複雑な問題の分析とシステムの合成の
問題発見・定義

ISM法の利点

- 比較的単純なため、**理解が容易**
- **コンピュータ**により実行可能
- 要素間の関係から**全体的な**把握が可能
- 結果の**視覚化**によって直感的に理解

ISMモデル化例

S1:リサイクル率, S2:開発コスト, S3:開発ニーズ
S4:ブランド名, S5:採算性, S6:開発期間



発想法による結果

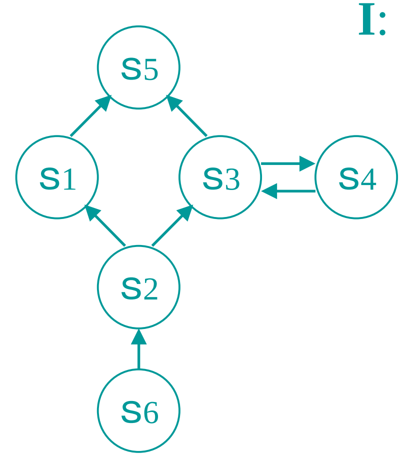
$$
A = \begin{array}{c|cccccc}
 & S1 & S2 & S3 & S4 & S5 & S6 \\
\hline
S1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
S2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
S3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
S4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
S5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
S6 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

$$(\mathbf{A}+\mathbf{I})^{n-1} \neq (\mathbf{A}+\mathbf{I})^{n} = (\mathbf{A}+\mathbf{I})^{n+1} = \mathbf{T}$$

$$(\mathbf{A}+\mathbf{I})^{1}$$
$$(\mathbf{A}+\mathbf{I})^{2}$$
$$(\mathbf{A}+\mathbf{I})^{3}$$
$$\vdots$$

$$
\mathbf{T} = \begin{array}{c|cccccc}
 & S1 & S2 & S3 & S4 & S5 & S6 \\
\hline
S1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
S2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
S3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
S4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
S5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
S6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

第1レベル
第2レベル
第3レベル
第4レベル

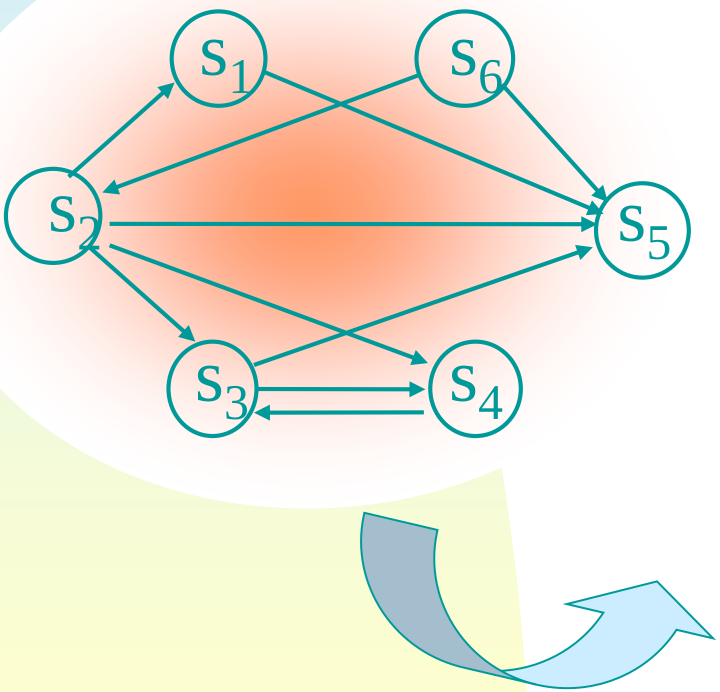


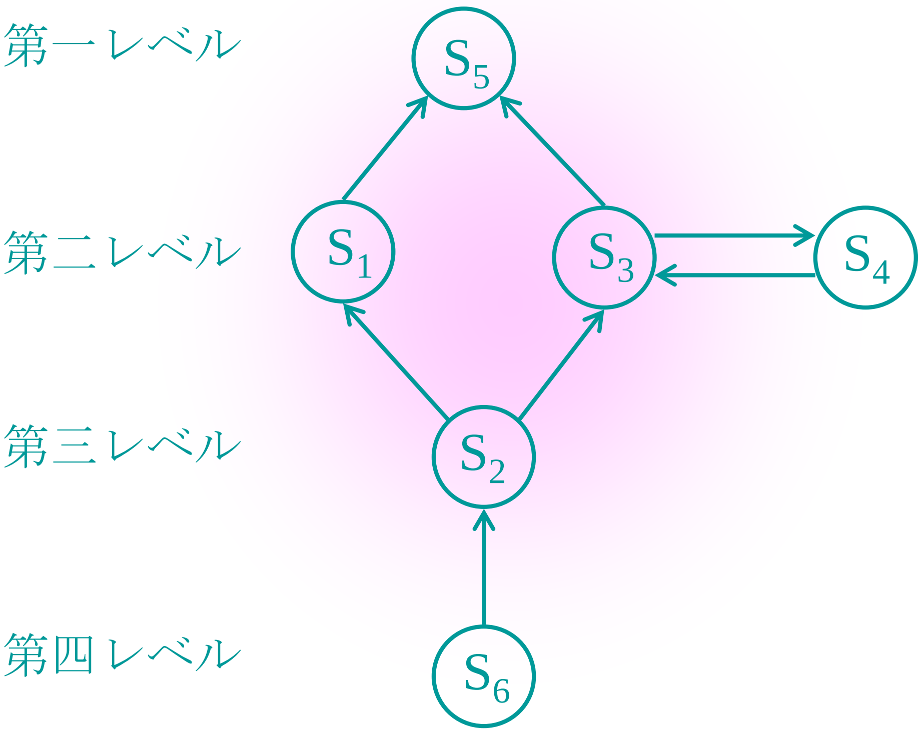
I: 単位行列
ブール演算

1+1=1
1+0=**1**
0+0=0
1＊1=1
1＊0=0
0＊0=0

視覚（階層構造）化の効果

S1:リサイクル率, S2:開発コスト, S3:開発ニーズ
S4:ブランド名, S5:採算性, S6:開発期間





ISM structural graph

製品企画の選択問題

- **数理計画法による解法の例（ナップザック問題）**

問）収益を最大とする企画・開発

ただし1週間あたり50時間の操業

企画製品の種類	A	B	C	D
収益（$\times 10^6$円）	24	2	30	60
所要時間（hr）	20	10	15	20
単位時間あたりの収益	1.2	0.2	2	3

解）総時間を超えない範囲で、**単位時間あたりの収益**が多い順に選ぶ

D|20 hr, C|35, B|45, A|65 より、D，C，**B**を選ぶ

⇒　45hr, 92×106 円

実務において検討すべき点

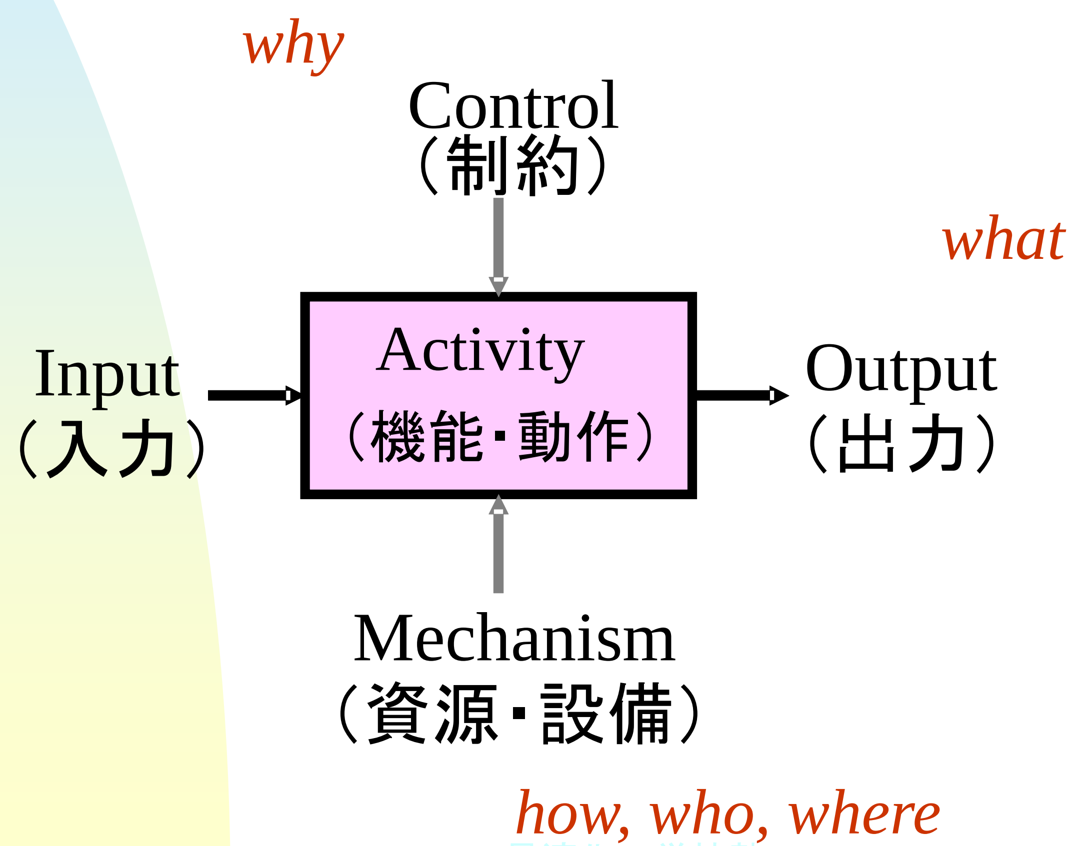
- 企画段階→利益があがるか不明
- 採算性についての分析の必要
- 標準的売価に基づき**売上高**を算出
- 販売量から**原価**見積
- 期別採算性の分析

採算上有利 ⇒ 開発設計活動

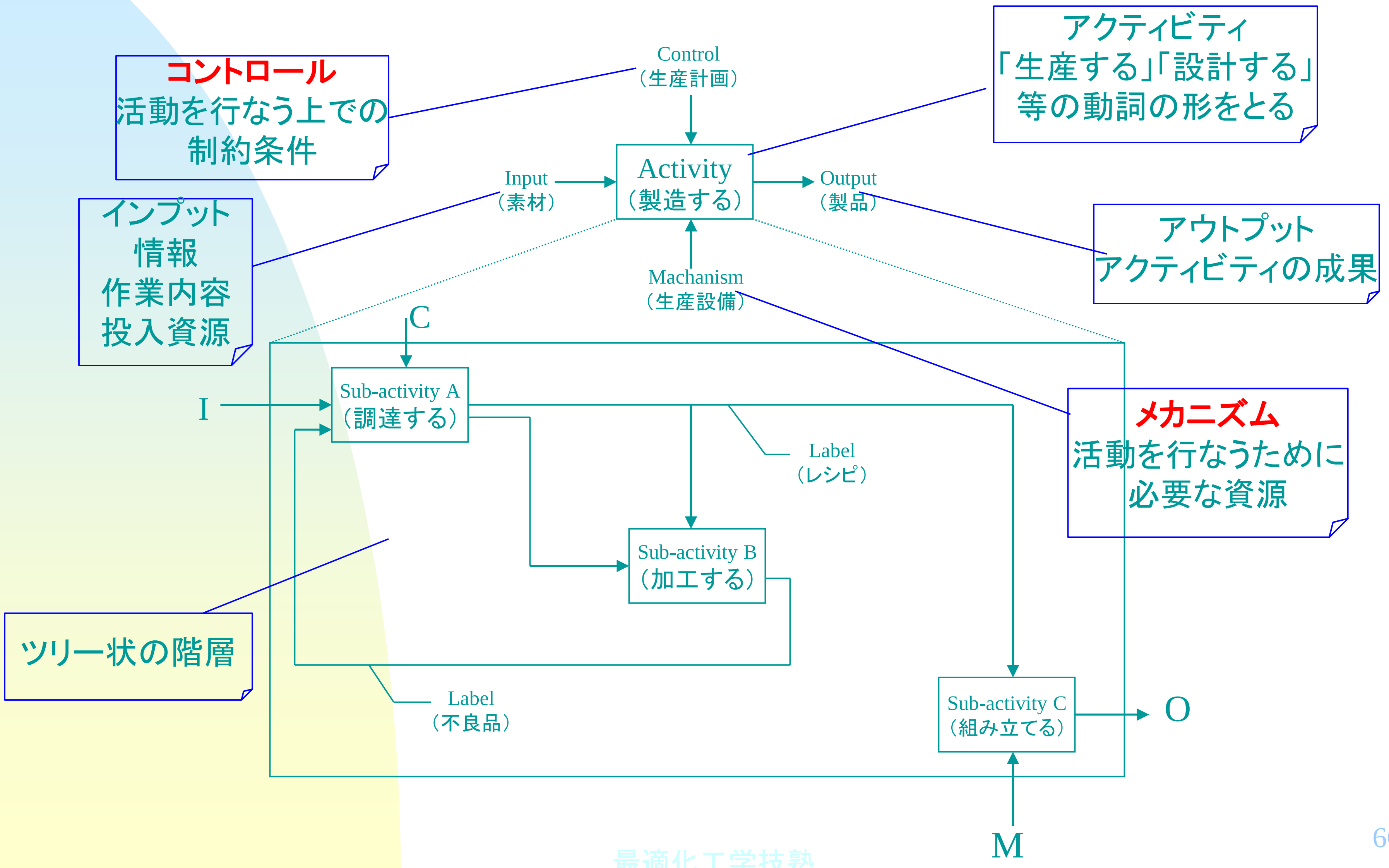
IDEF0の基本単位

(IntegratedComputer Aided Manufacturing DEFinition Zero)

1つの箱と4つの矢印



IDEF0における階層化



２．２ 評価の決定と基礎
２．２．１　最適化の基礎理論

最適化(Optimization)とは

- **できる限り効果的，機能的**な決定･設計をして，システムを作る努力または過程
- 可能な選択肢のなかから，**与えられた基準を最もよく満たす**特定の解を求めるために用いる方法論または手法･手順

- 何　(what)
- 何故（why）

発見･定義

- どのように（how）ー評価と決定の**手段**として

最適化問題の数学モデル

Max or Min f($\boldsymbol{x}$) subject to $x \in$ X

決定変数ベクトル ：$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$

実行可能領域 ：X $\in \boldsymbol{R}^{n}$

評価関数 ：$f(x)$

最適化問題の分類

- 線形計画法
- 非線形計画法

1. 制約条件を持たない最適化問題

Max f(*x*)

$$\nabla \mathrm{f}(\boldsymbol{x}^*) = \left(\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial x_1}, \frac{\partial \mathrm{f}}{\partial x_2}, \cdots, \frac{\partial \mathrm{f}}{\partial x_n}\right)_{x^*} = (0,0,\cdots,0)$$

この条件を満たすx^*を**停留点**と呼ぶ

[例題]　$\mathrm{f}(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 - x_1 - x_2$の最小化

(解)

$$\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial x_1} = 2x_1 + x_2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial x_2} = x_1 + 2x_2 - 1 = 0$$

より

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{3}, \mathrm{f}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{3}$$（最小値）

「演習」 総生産費用 $f(x)$が生産量 x に関して

$$f(x) = a + bx^k \qquad (k > 1,\ 定数)$$

で与えられるとき、単位生産費用が最小となる最適生産規模が存在する。この時、
(1)単位生産費用を表わせ。
(2) 最適生産規模を求めよ。

（1） $$u(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{a}{x} + bx^{k-1}$$

（2） $$\frac{du(x)}{dx} = 0$$ より $$x^0 = \left(\frac{a}{(k-1)b}\right)^{\frac{1}{k}}$$

2. 等式のみを制約条件とする最適化問題

→ラグランジュの未定乗数法

$$\text{Max } f(\boldsymbol{x}) \ \text{ subject to } h_j(\boldsymbol{x}) = 0 \ (j = 1, 2, \ldots, m)$$

$$\nabla f_j(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* J_{ij}(\mathbf{x}^*) = 0, \qquad (j = 1, \cdots, m)$$

$$h_j(\mathbf{x}^*) = 0, (j = 1, 2, \ldots, \boldsymbol{m})$$

λ_i^*: ラグランジュ乗数ベクトル

[例題]　$h(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 - x_1 - x_2$の下で, $f(\mathbf{x}) = x_1 x_2$の最大化

解　$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \lambda h(\mathbf{x})$とおき, 定理2.2を適用すると

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = x_2 + \lambda(2x_1 + x_2 - 1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = x_1 + \lambda(x_1 + 2x_2 - 1) = 0$$

より

$$(x_2 - x_1)(\lambda\ \text{-}1) = 0$$

したがって, $x_1 = x_2$ または $\lambda = 1 (x_1 + x_2 = \frac{1}{2})$ を得る.

(1) $x_1 = x_2$ を, $\mathrm{h}(\mathbf{x}) = 0$ に代入すると, $x_1(3x_1 - 2) = 0$ より,

$$x_1 = 0, x_1 = \frac{2}{3} \text{を得る.}$$

(2) $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$ を, $\mathrm{h}(\mathbf{x}) = 0$ に代入し, 整理すると

$$4x_1^2 - 2x_1 - 1 = 0 \text{より,}$$

$$x_1 = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}, x_2 = \frac{1 \mp \sqrt{5}}{4}$$

これらの点の中で極大(最大値)を与える点は

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{2}{3}, \mathrm{f}(\mathbf{x}) = \frac{4}{9}$$

3. 制約条件が不等式の最適化問題

$$\text{Max } f(\boldsymbol{x}) \ \text{ subject to } g_j(\boldsymbol{x}) \geq 0, (j = 1,2,\ldots,\text{m})$$

- 最適解が制約条件の内部にある場合
  →制約条件なしの条件の適用
- 最適解が境界上にある場合
  →等号制約の条件の適用

Kuhn-Tuckerの条件→場合分けが不要

$$\nabla f_j(\boldsymbol{x}^*) + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \lambda_i \left(\frac{\partial g_i}{\partial x_j}\right)_{\boldsymbol{x}^*} = 0, \qquad (j = 1,\ldots,n)$$

$$\sum^{\mathrm{m}} \lambda_j^* g_j(\boldsymbol{x}^*) = 0,$$

$$g_j(\boldsymbol{x}^*) \geq 0, \qquad (j = 1,2,\ldots,\mathrm{m})$$

$$\lambda_j^* \geq 0, \qquad (j = 1,2,\ldots,\mathrm{m})$$

求解時の問題点

現実問題では

- f(x),h(x),g(x)が,**微分可能**とは限らない
- 評価関数や制約条件式が**非線形関数**となり

非線形最適化問題(NLP)に帰着される

線形計画問題(LP)よりはるかに難しい

よく用いられる数値解法

- 黄金分割法,フィボナッチ法(一次元)
- **シンプレックス法**(多次元), Rosenbrock法, etc.(制約条件なし)
- コンプレックス法, **ペナルティ法**, etc.(制約条件有り)

近年、物理現象や生物の挙動を参照した解法(メタヒューリスティック)が多数開発

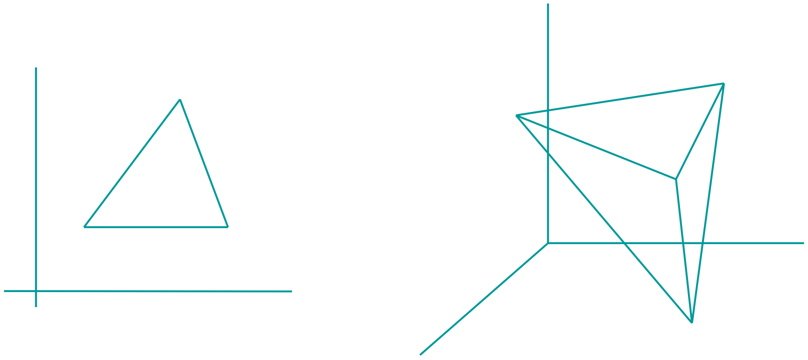
直接探索法の例

2.2.1　a. シンプレックス探索法

対象とする問題：　$\min f(\boldsymbol{x}), \quad x \in R^n$

- n次元空間において（n＋1）個の点の集合は**単体（シンプレックス）**を形成する

$$\begin{cases} n = 2 & \rightarrow \text{三角形} \\ n = 3 & \rightarrow \text{四面体} \end{cases}$$

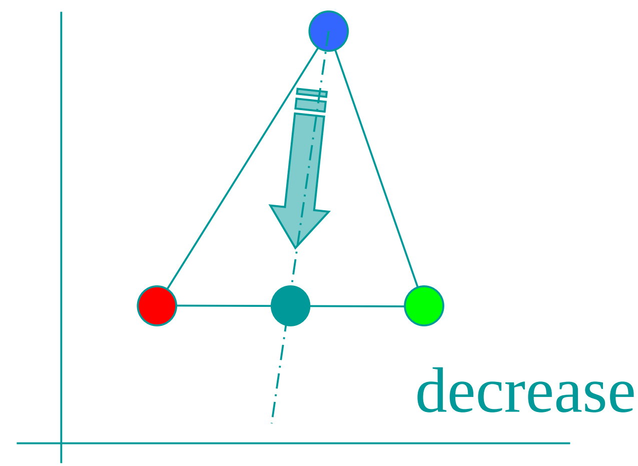


- 各頂点で関数値を評価し、**鏡像・拡張・収縮**と呼ばれる操作を繰り返し行い最適点を探索する。

シンプレックス探索の基礎概念

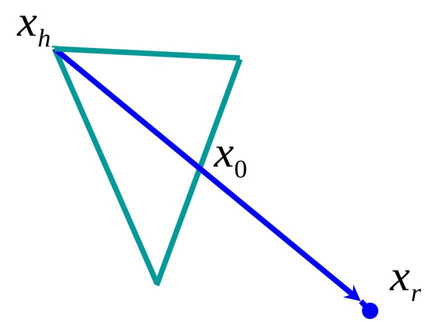
シンプレックスの各頂点 x_i において以下の点を定める

- 最大(最悪)頂点 : $\boldsymbol{x}^h : \; f\left(\boldsymbol{x}^h\right) = \max_i f\left(\boldsymbol{x}^i\right), \; (i = 1, \ldots, n+1)$
- 第2最大頂点 : $\boldsymbol{x}^s : \; f\left(\boldsymbol{x}^s\right) = \max_i f\left(\boldsymbol{x}^i\right), \; (i \neq h, 1, \ldots, n+1)$
- 最小(最良)頂点 : $\boldsymbol{x}^l : \; f\left(\boldsymbol{x}^l\right) = \max_i f\left(\boldsymbol{x}^i\right), \; (i = 1, \ldots, n+1)$
- $i \neq h$である単点の重心 $\boldsymbol{x}^0 : \; \boldsymbol{x}^0 = \dfrac{1}{n} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq h}}^{n+1} \boldsymbol{x}^{\mathrm{i}}$



シンプレックス探索の基本操作

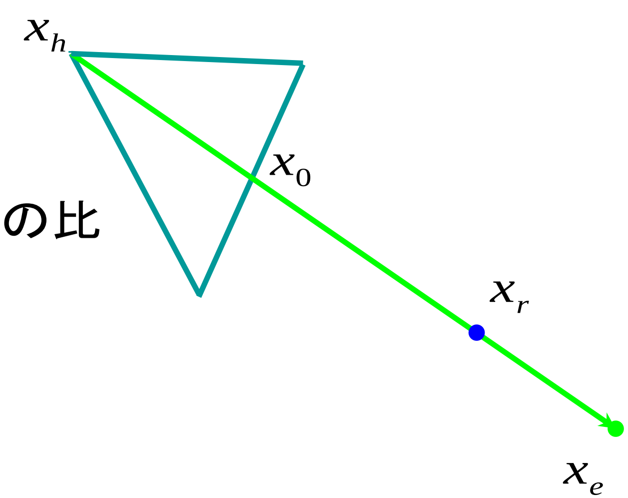
①鏡像 $\boldsymbol{x}^{r} = (1+\alpha)\boldsymbol{x}^{0} - \alpha \cdot \boldsymbol{x}^{h}$



鏡像係数α (>0):距離$[x_r x_0]$と$[x_h x_0]$との比

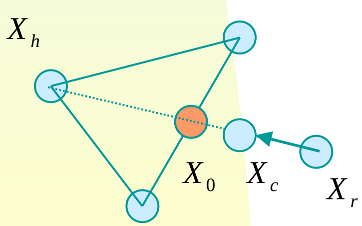
②拡張 $\boldsymbol{x}^{e} = \gamma\ \boldsymbol{x}^{r} + (1-\gamma\ )\boldsymbol{x}^{0}$

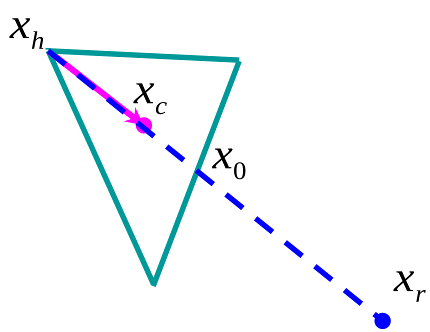
拡張係数γ (>1):距離$[x_e x_0]$と$[x_r x_0]$との比



③収縮 $\boldsymbol{x}^{c} = \beta\ \boldsymbol{x}^{h} + (1-\beta\ )\boldsymbol{x}^{0}$

収縮係数β $(0<\beta<1)$:距離$[x_c x_0]$と$[x_h x_0]$との比





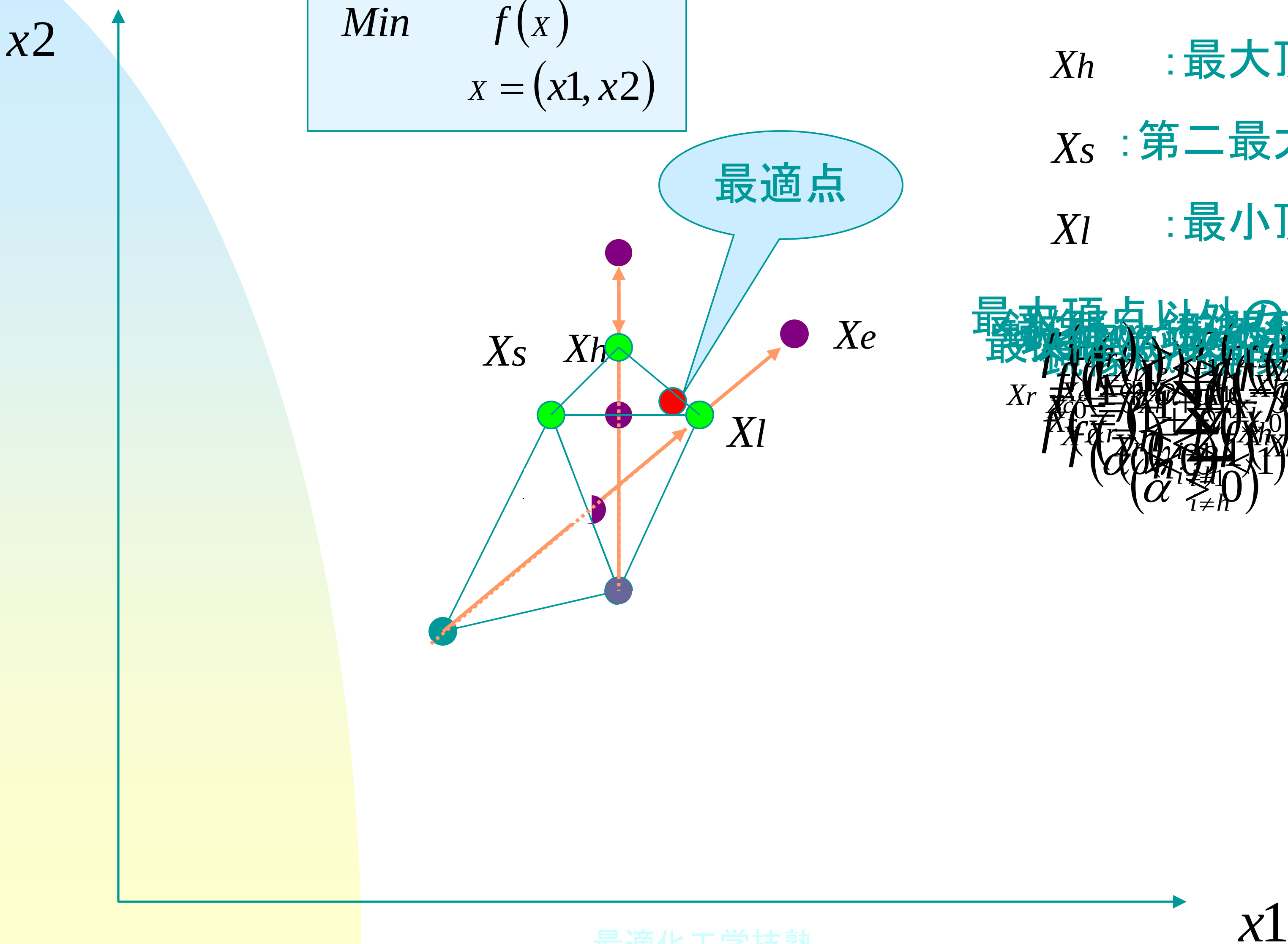
鏡像、拡張、縮小を繰り返し、最適点を求める方法

$$\mathit{Min} \quad f(x)$$
$$x = (x1, x2)$$

Xh ：最大頂点

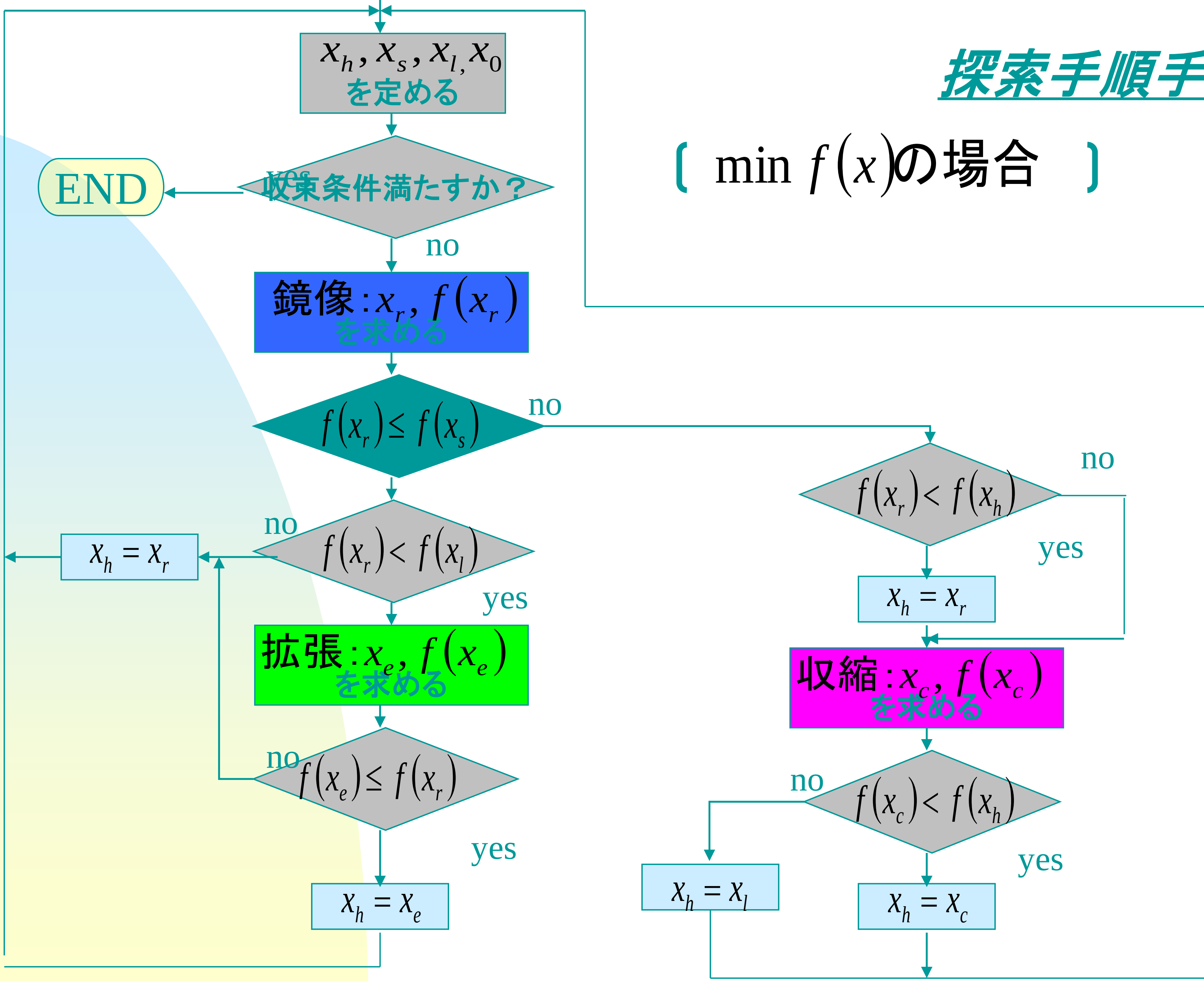
Xs ：第二最大頂点

Xl ：最小頂点



探索手順手順

($\min f(x)$ の場合)



2.2.1 b. 傾斜法

対象とする問題： $max\ f(\boldsymbol{x})\ (x \in R^n)$

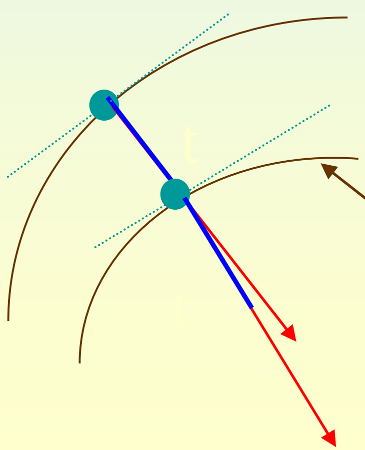
$f(\boldsymbol{x}^1) < f(\boldsymbol{x}^2) < \cdots < f(\boldsymbol{x}^k) < \cdots$ となる点列 $\boldsymbol{x}^{(k)}$ を

$f(\boldsymbol{x})$の**勾配**を利用して数値的に求める最適化手法

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{x}^{(k)} + t\nabla f(\boldsymbol{x}^{(k)})^T$$

（ $\boldsymbol{x}^{(k)}$:k段階の探索点）

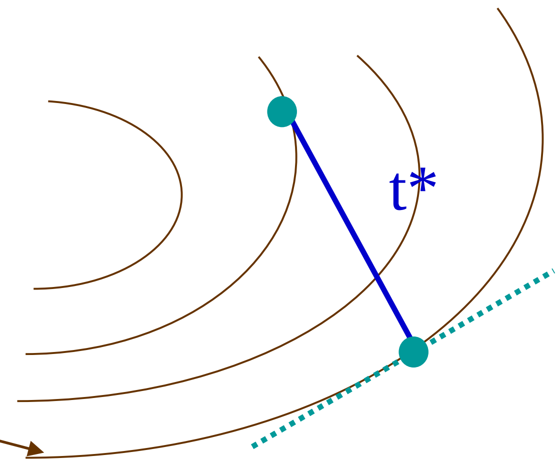
最大傾斜法　　　　***最適傾斜法***



$\nabla f(\boldsymbol{x}^k)$: 探索方向

t, t^* : ステップ幅

$f(x)$の等高線



$$t^* = max\ f(\boldsymbol{x}^{(k)} + t\nabla f(\boldsymbol{x}^{(k)})^T)$$

2.2.1 c. ニュートン・ラフソン法

最適性の必要条件: $\nabla f(\boldsymbol{x})=\mathbf{0}^{\mathrm{T}}$ ← 連立非線形方程式

↓解の導出にニュートン法

i.e. $\nabla f(\boldsymbol{x})$を現在の探索点$\boldsymbol{x}^{(k)}$の近傍で**テーラ展開**

$$\nabla f(\boldsymbol{x}^{(k+1)})^{\mathrm{T}} \fallingdotseq \nabla f(\boldsymbol{x}^{(k)})^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}^{(k)})(\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{x}^{(k)})=\mathbf{0} \qquad (2.13)$$

↓ ヘッセ行列 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}^{(k)}) =(\partial(\nabla \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}})/\partial \boldsymbol{x})_{x(k)}$の逆行列が存在

次の探索点: $\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{x}^{(k)} - \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}^{(k)})^{-1} \nabla f(\boldsymbol{x}^{(k)})^{\mathrm{T}} \qquad (2.14)$

ヘシアンの逆行列の計算⇒大規模問題では容易でない.

↓一般化・拡張

逐次2次計画法(Sequential Quadratic Programming; SQP)

2.2.1 d.ペナルティ関数法

ペナルティ関数法とは. . .

制約条件のある最適化問題

$$\max f(\boldsymbol{x}) \quad subject\ to \ \ h_i(\boldsymbol{x}) = 0\ ,\ (i = 1,2,\cdots,m) \ \ [p2.2]$$

$$\max f(\boldsymbol{x}) \quad subject\ to \ \ g_i(\boldsymbol{x}) \ge 0\ ,\ (i = 1,2,\cdots,m) \ [p2.3]$$

制約条件なし最適化問題に変換

$$max\, F(\boldsymbol{x},p) = f(\boldsymbol{x}) - p\sum_{i=1}^{m} h_i(\boldsymbol{x})^2 \qquad [\ p.2.2'\ ]$$

$$max\, F(\boldsymbol{x},p) = f(\boldsymbol{x}) + p\sum_{i=1}^{m}(\ min[\ g_i(\boldsymbol{x}),0\ ]\ )^{\alpha} \qquad [\ p.2.3'\ ]$$

$$(\alpha \ge 1)$$

p : ペナルティ係数　　$p \to \infty$

ペナルティ関数法(外点法)

＊制約条件が1つの場合

$$\max F(\boldsymbol{x},p) = f(\boldsymbol{x}) + p \cdot \min[g_1(\boldsymbol{x}), 0]$$

(1) 制約条件を満たす時 $g_i(x) \geq 0$

$$\max F(\boldsymbol{x},p) = f(\boldsymbol{x}) + \underbrace{p \cdot \underline{\min[g_1(\boldsymbol{x}), 0]}}_{0}$$

0 を選択

(2)制約条件を満たさない時 $g_i(x) < 0$

$$\max F(\boldsymbol{x},p) = f(\boldsymbol{x}) + \underbrace{p \cdot \underline{\min[g_1(\boldsymbol{x}), 0]}}_{p \cdot g_1(x) \ll 0}$$

$g_1(x)$ を選択

$p \to \infty$　罰金を払わなくてすむように

$$g_i(\boldsymbol{x}) < 0 \Rightarrow g_i(\boldsymbol{x}) = 0$$

ペナルティ関数法(内点法)

$$\max F(\boldsymbol{x},p) = f(\boldsymbol{x}) + p\sum_{i=1}^{m}\frac{-1}{g_i(\boldsymbol{x})} \quad (p \to 0)\ [p.2.4]$$

許容領域内から許容領域外に出ようとする

$$\lim_{gi(\mathrm{x})\to+0}\left(\frac{-1}{g_i(\boldsymbol{x})}\right) = -\infty$$

$p \to 0$ 罰金を取り戻すように $g_i(\boldsymbol{x}) > 0 \Rightarrow g_i(\boldsymbol{x}) = 0$

内点法と外点法の比較

	内点法	外点法
収束時の解:	**実行可能**解	実行不可能解
計算上の安定性:	不安定	安定
罰金の払い方:	大から小へ (0/0→0)	**小**から**大**へ (∞・0→0)

2.2.2 生産計画

長期(大日程)計画＝**マクロ**な観点からの決定

社会の消費行動 + 需要予想 → 製品の種類や数量

生産工程(中日程)計画＝**生産工程**の計画に関わる決定

原材料の供給や在庫情報 + 現在の生産設備･生産技術

→ プロジェクト管理やレイアウト計画

生産スケジューリング(小日程計画)＝実際の**具体的な**決定

どの生産設備のどの時点で, どのような作業を行うか

計画の目標の設定と製造に関する種々の条件の存在の下での決定→最適化問題（線形計画法と整数計画）

2.2.2　a.線形計画問題

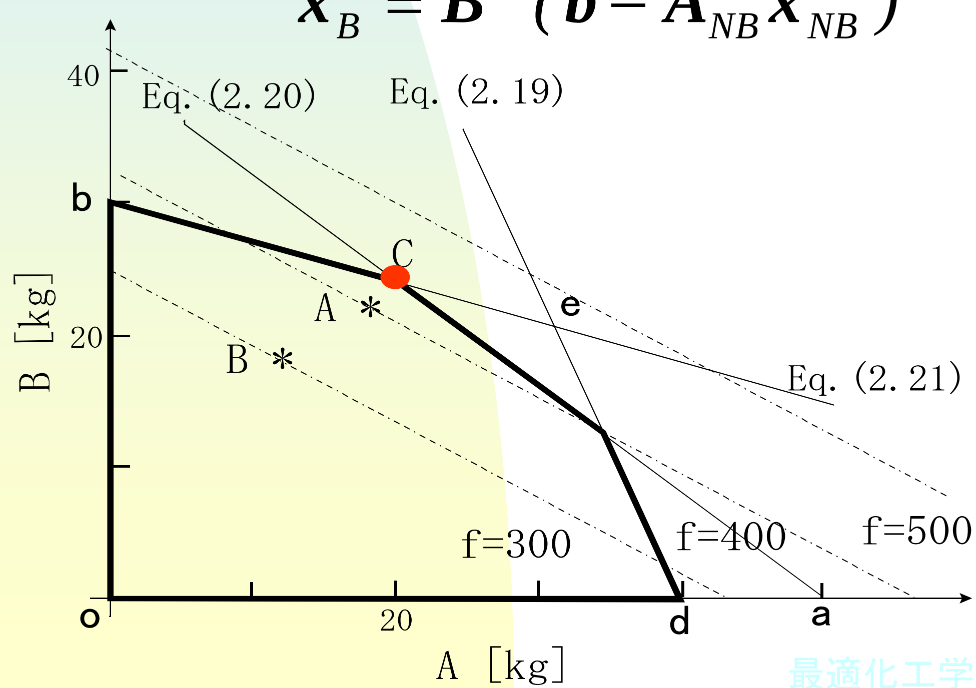
用語：基底変数、非基底変数、基底、基底解、最適解、相対コスト、シンプレックス法、内点法

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b} \Rightarrow \boldsymbol{Bx}_B + \boldsymbol{A}_{NB}\boldsymbol{x}_{NB} = \boldsymbol{b}$$

$$Max\ f = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \Rightarrow \boldsymbol{c}_B{}^T\boldsymbol{x}_B + \boldsymbol{c}_{NB}{}^T\boldsymbol{x}_{NB}$$

$$f = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \Rightarrow \boldsymbol{c}_B{}^T\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{b} + (\boldsymbol{c}_{NB}{}^T - \boldsymbol{c}_B{}^T\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}_{NB})\boldsymbol{x}_{NB}$$

$$\boldsymbol{x}_B = \boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{A}_{NB}\boldsymbol{x}_{NB})$$



Max　$f(\boldsymbol{x}) = 7x_1 + 12x_2$

subject to

$9x_1 + 4x_2 \leqq 360$

$4x_1 + 10x_2 \leqq 200$

$3x_1 + 10x_2 \leqq 300$

x_1, x_2：非負の整数

2.2.2 b. 整数計画問題

•IP: 全てが**整数**

•MIP: **一部**が整数(混合整数)

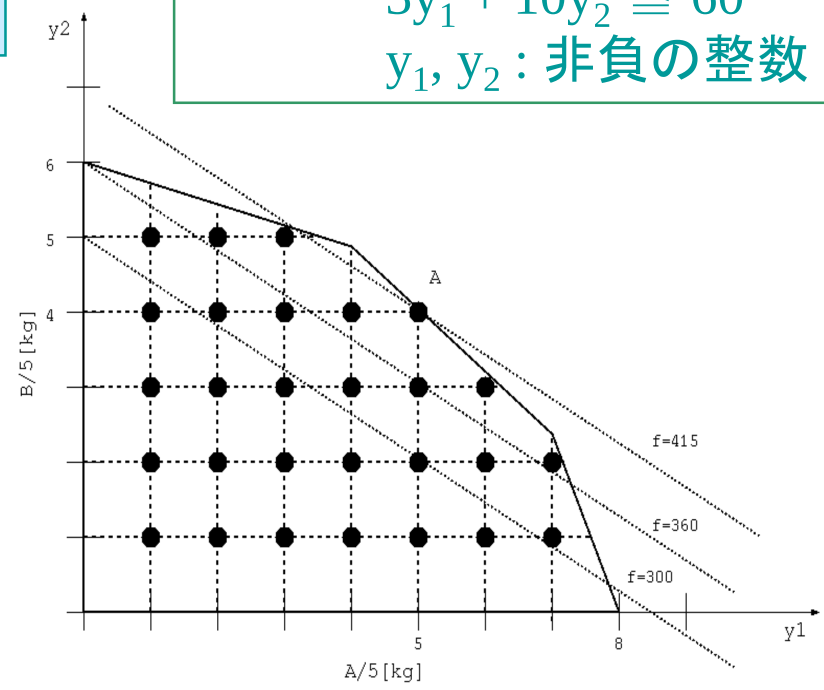
例2.5：量子化

$$\begin{aligned} \text{Max}\quad & f(\mathbf{y}) = 35y_1 + 60y_2 \\ & \textit{subject to} \\ & 9y_1 + 4y_2 \leqq 72 \\ & 4y_1 + 10y_2 \leqq 40 \\ & 3y_1 + 10y_2 \leqq 60 \\ & y_1, y_2 : \text{非負の整数} \end{aligned}$$

整数変数の増加

組合せ的な性質を持つ

「次元ののろい」



最適解

点A (y_1=5, y_2=4, f=415)

LP の最適解(y_1=4, y_2=4.8)を単純にまるめたものとは異なる

例2.6：ＯＲ制約式

$4x_1 + 5x_2 \leqq 200$　OR　$9x_1 + 4x_2 \leqq 360$

$3x_1 + 10x_2 \leqq 300$

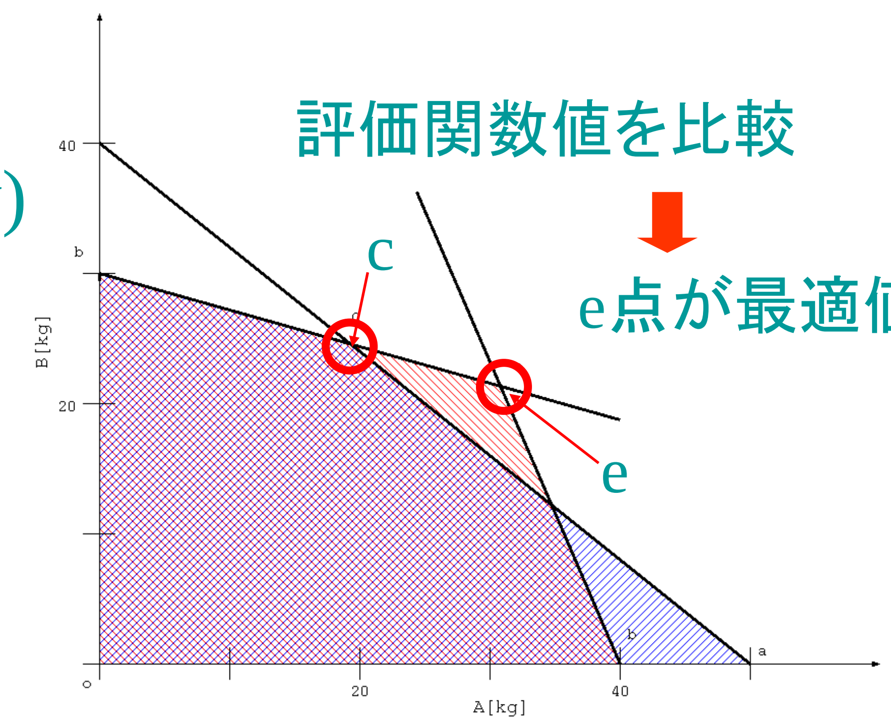
$y \in \{0,1\}$, M: 大数

$4x_1 + 5x_2 \leqq 200 + My$

$9x_1 + 4x_2 \leqq 360 + M(1 - y)$

$3x_1 + 10x_2 \leqq 300$

yが整数（0か1）

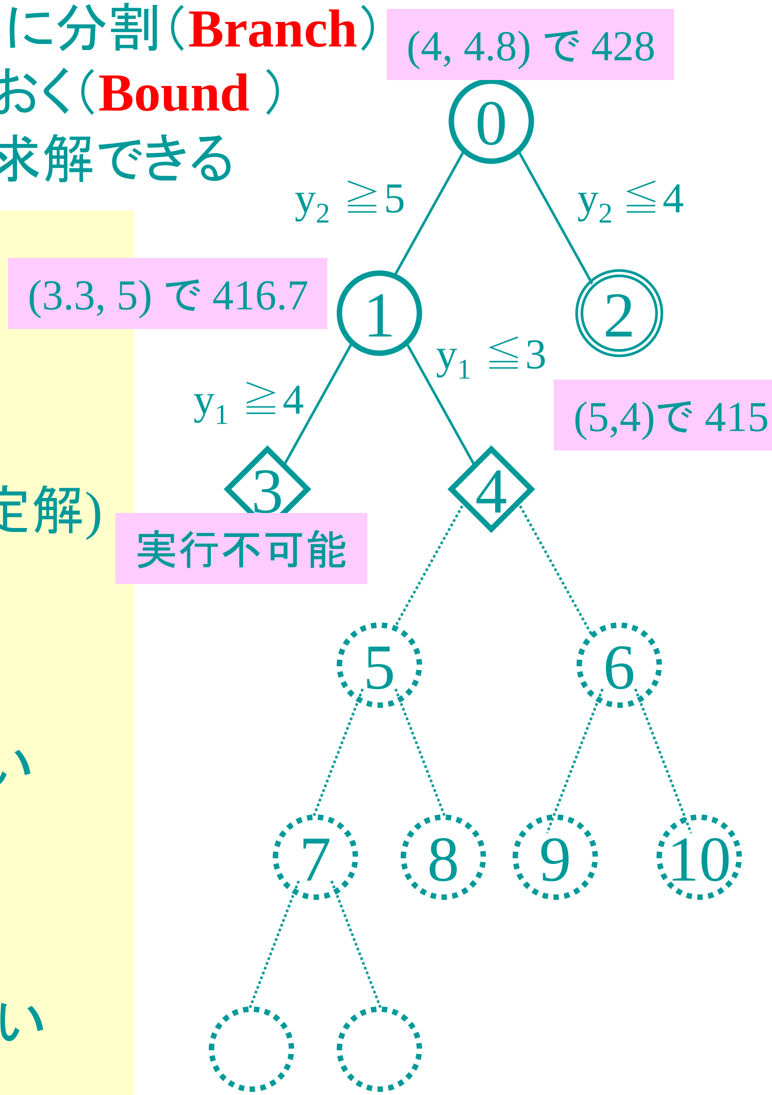


分岐限定法(Branch and bound method, B&B法)

問題を互いに共通部分を持たない部分問題に分割する
•最適解が得られる可能性がある場合はさらに分割(**Branch**)
•可能性がまったくない場合は対象外におく(**Bound**)
ことで組合せ最適化問題を効率的に求解できる

例2.5
•LPの最適解$(y_1, y_2) = (4, 4.8)$
•非整数 $y_2 = 4.8$ に注目
•それをはさむ整数を新しい節にする
•$y_2 \geqq 4$で条件を満たす(5, 4) が求まる(暫定解)
•$y_2 \geqq 5$の方が評価関数値が大きい
•非整数 $y_1 = 3.3$ に注目
•$y_1 \geqq 4$ で実行不可能解となる(Bound)
•$y_1 \leqq 3$ で最適評価関数値が(5, 4) より低い(Branch)
•終了。(5, 4)が最適解

•もし、$y_1 \geqq 3$ で評価関数値が(5, 4) より高い場合、探索は点線のように続いていく



2.2.2 c. その他の定式化

例2.7:非線形モデル

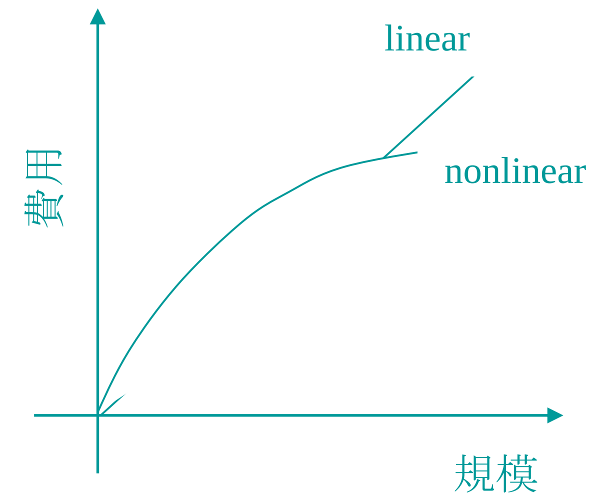
規模と費用間の関係式、

線形→2/3乗則(非線形)

$f(x)=7x_1^{0.6} + 12x_2^{0.6}$

subject to Eqs.(2.19)-(2.22)

⇒求解には非線形計画法の適用



例2.8:多目的最適化モデル

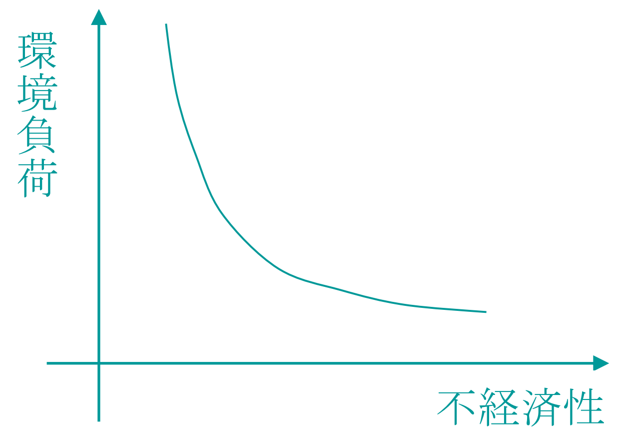
多様な価値観での**トレードオフ**を考慮した最適化

e.g.環境と経済性(**コンフリクト**と異なる評価尺度)

$f_1(x) = 7x_1 + 12x_2$

$10^6 f_2(x) = 9x_1 + 4x_2$ *subject* to Eqs.(2.19)-(2.22)

⇒将来の問題解決に有用



2.2.3 ロジスティクス

（1）軍隊における物資調達・輸送活動またはその手段

（2）素材や部品・製品などの**物の流通**を経済的に合理化するための**組織的**なマネジメント
- 素材の**調達**や保管
- 生産工場の**立地**
- 半製品，製品の**在庫**，製品の販売に関わる**配送**

などの計画・管理

（3）ロジスティクスの対象範囲→グローバル化＋総合化
- 製品のライフサイクル全体（調達，生産，物的流通，使用支援から廃棄・回収・リサイクル）の新しい価値の効果的な増産

（価値＝経済的評価＋環境や人間に対する配慮）

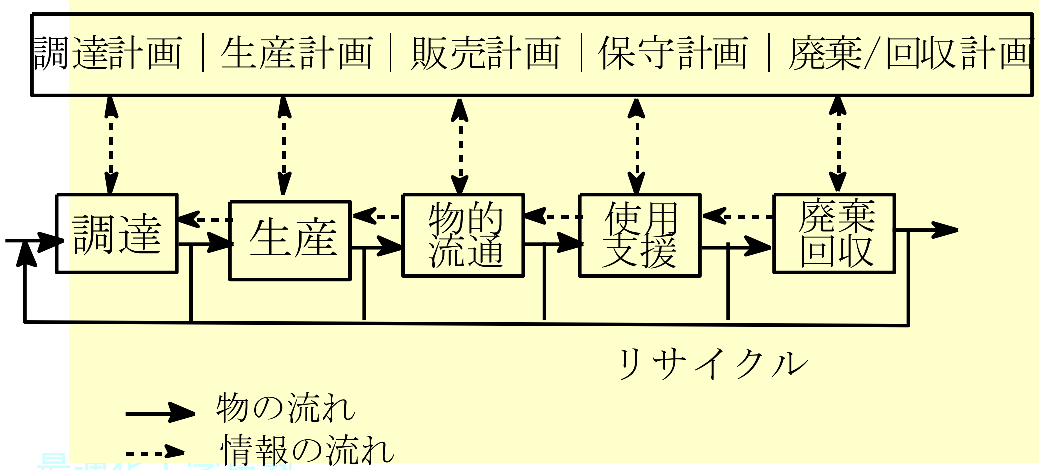
↓

単に物の流れだけでは不充分

↓

情報システムと密接に連動した効率的な物流

ロジスティクシステム



立地計画問題

- ロジスティクスの中核
- 工場の設立後はその**移転**は極めて困難
  →状況の変化の見極めが特に重要
- 基本的理念はウェーバーなどの工業立地論を背景
  ＝因子（**輸送費**，材料費，および労働費）

工場立地（工場敷地の選定）問題
＝工業立地をより具体的，実証的に検討する

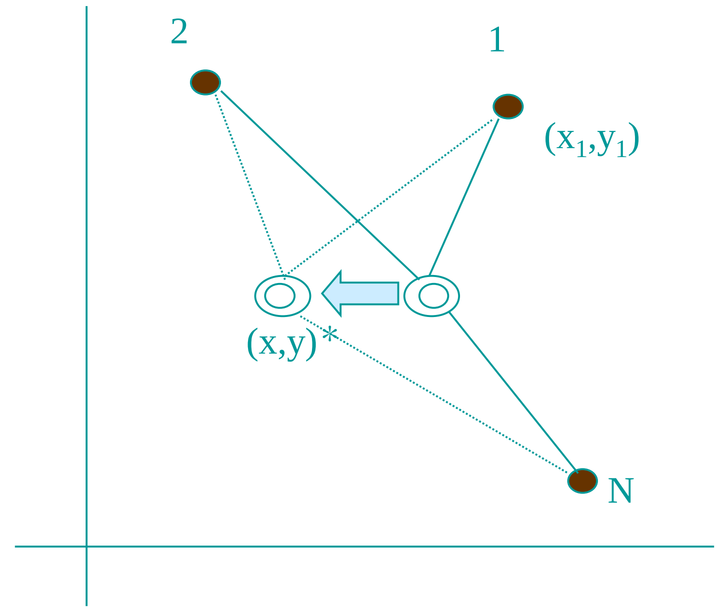
- 実務的には総合的な検討
  （表2.2に挙げた因子をチェックリストや定性評価表など）
- 数理計画法の適用
  ＝「いつ，どこに，どんな規模で何か所立地させるか」

表 2.2　工業(工場)立地因子

技術的因子	経済的因子	社会・人為的因子	自然的因子
対応の可能性とその信頼性	量，質，価格，安定性やアクセスの容易性	地域社会との融合性	各特性値の生産活動への適合性
原料，動力，生産技術の新規出現並びに転換	原料，用役(蒸気，電力，燃料，用水)，労働力	社会秩序(海外立池)	気候，風土(気温，湿度，降雨量，風)
環境負荷対策	運輸，交通，通信機関	関係法規(工場立地法，公害防止協定などの取り締り規定)	地形，地質(形状，面積)
副産物対策	市場(消費需要)	国家，経済政策(国土計画，都市計画や関税制度など)	用水(給排水の便)
地域環境特性(製品の質や作業能率への影響)	金融(資本繰り)	パブリックアクセプタンス	景観
	関連工場との関係(単独か，コンビナートか)	個人的・伝統的側面(企業戦略)	
	地価補償	公共機関の特性(学校，病院など)	

a. 一工場の連続立地計画

「Nか所の需要地の座標が(x_j,y_j), $(j=1,2,\ldots,N)$
のとき，総配送費用Hを最小とする立地点$(x,y)^*$
を求めよ」



$$\text{(p.2.6)}\quad \mathrm{Min}\ H = \Sigma_j C_j = \Sigma_j \alpha_j W_j d_j$$

$C_j = \alpha_j W_j d_j$: 需要地jまでの配送費用

α_j : 工場から需要地jへの単位トンキロ当たりの配送費(配送賃率)

W_j : 需要地jへの配送量

$d_j = [(\boldsymbol{x-x_j})^2 + (\boldsymbol{y-y_j})^2]^{1/2}$: 工場から需要地jまでの直線距離

[定理2.1]より

$$\partial H/\partial x = \Sigma_j (\alpha_j W_j (x-x_j)/d_j) = 0$$
$$\partial H/\partial y = \Sigma_j (\alpha_j W_j (y-y_j)/d_j) = 0$$

→ この求解には繰り返し計算が必要

(例2.9) 表2.3に示すデータのもとで，最適立地点を求めよ.

(解) まず、上記の必要条件を書き直す。

$$x = (\Sigma_j \alpha_j W_j x_j / d_j)\,(\Sigma_j \alpha_j W_j / d_j)$$

$$y = (\Sigma_j \alpha_j W_j y_j / d_j)\,(\Sigma_j \alpha_j W_j / d_j)$$

求解手順

①配送量で重みづけした距離的重心点

$$(\Sigma_j \alpha_j W_j x_j / \Sigma_j \alpha_j W_j,\ \ \Sigma_j \alpha_j W_j y_j / \Sigma_j \alpha_j W_j)$$

→初期点(x(0),y(0))＝(7.76, 4.94)

②$(x^{(0)},y^{(0)})$ →総配送費H_0＝39.27

③$(x^{(0)},y^{(0)})$→式(2.38), (2.39)の右辺のd_j

→ $(x^{(1)},y^{(1)})$＝(8.58, 5.10)

④$(x^{(1)},y^{(1)})$ →総配送費$H^{(1)}$＝38.25

⑤収束判定条件が満足されるまで繰返す.

最適解$(x,y)^*$＝(9.20,5.03), H^*＝37.99

（収束判定条件 $|H^{(i)} - H^{(i-1)}| < 1.0E\text{-}5$

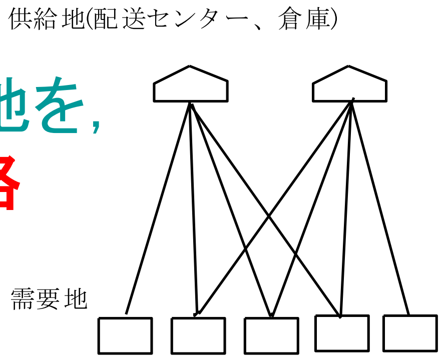
の下で12回の繰返し）

表 2.3 (例 2.9)における立地条件

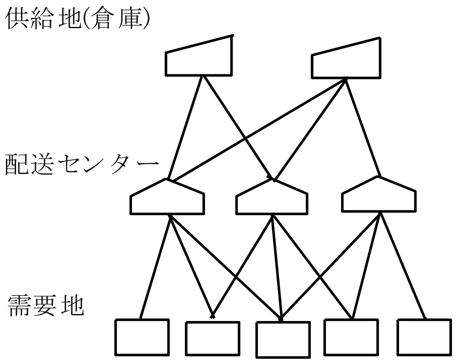
需要地	物流需要量 (W_i: 10^3kg)	配送賃率 (α_i: 10^4¥/10^3kg/km)	座標 x_i	座標 y_i
1	2	1	2	2
2	3	1	11	3
3	2.5	1	10	8
4	1	1	4	9

b. 複数代替地での離散的立地計画

ネットワークとみなす定式化
- **ノード**：工場，倉庫，及び需要地を，
- リンク：ノード間を結ぶ**輸送経路**



(a) タイプ1



(b) タイプ2

典型的な二つのタイプ

•タイプ1：階層が一段
- •供給点と需要点が**直結**
- •供給点そのものの立地を問題

•タイプ2：階層が二段(多段)

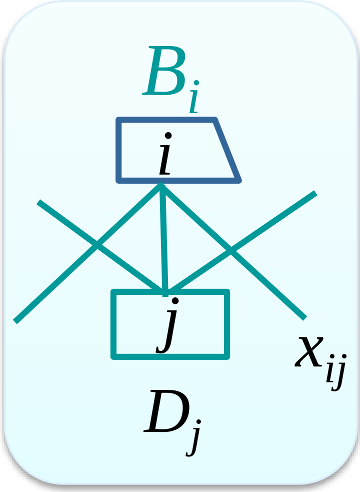
間に，例えば倉庫などの**中間施設**が存在する立地問題

立地点（工場なり倉庫）が候補地として既知

↓

混合整数計画問題として定式化できる

(p.2.7)　タイプ1の立地問題の定式化



(p.2.7) Min $f(\mathbf{x},\mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{M} F_i z_i$　　(2.40)

subject to

$\sum_{i=1}^{M} x_{ij} \geqq D_j, \quad j=1,2,\cdots,N$　　(2.41)

$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \leqq B_i z_i, \quad i=1,2,\cdots,M$　　(2.42)

$\sum_{i=1}^{M} z_i \leqq K$　　(2.43)

$z_i = 0$　または　1　　(2.44)

$x_{ij} \geqq 0$

- 評価関数 式(2.40)
  第一項は，輸送コストを，
  第二項は，**工場建設**のためのコスト
- 制約条件：
  式(2.41)；各需要地で**需要**を満たすための条件
  式(2.42；立地点での**供給可能性**に関する条件
  式(2.43)；立地**総数**に関する条件を表す．

混合整数計画法問題→分枝限定法

大問題規模→求解が極めて困難
→分解法や緩和法など

- 変数・パラメータ

x_{ij}：候補地iから需要地jへの輸送量
（実数変数）

z_i：建設する(1)かしない(0)かを表す
(整数(0-1)変数)

M：建設候補地数

N：需要地の数

K：立地総数の上限値

D_j：需要地jの需要量

B_i：候補地iの建設容量(単位は輸送量)

C_{ij}：候補地iから需要地jまでの配送単価
(ハンドリングコストを含む)

F_i：候補地iの建設固定費

2.2.4 レイアウト計画

工場内におけるプラントやライン，装置の空間的配置
評価基準：**安全性**，経済性，操作性，及び**メンテナンス性**など
（工業立地の選択の余地が年々減少→一段と高い重要性）

- 段階と評価基準

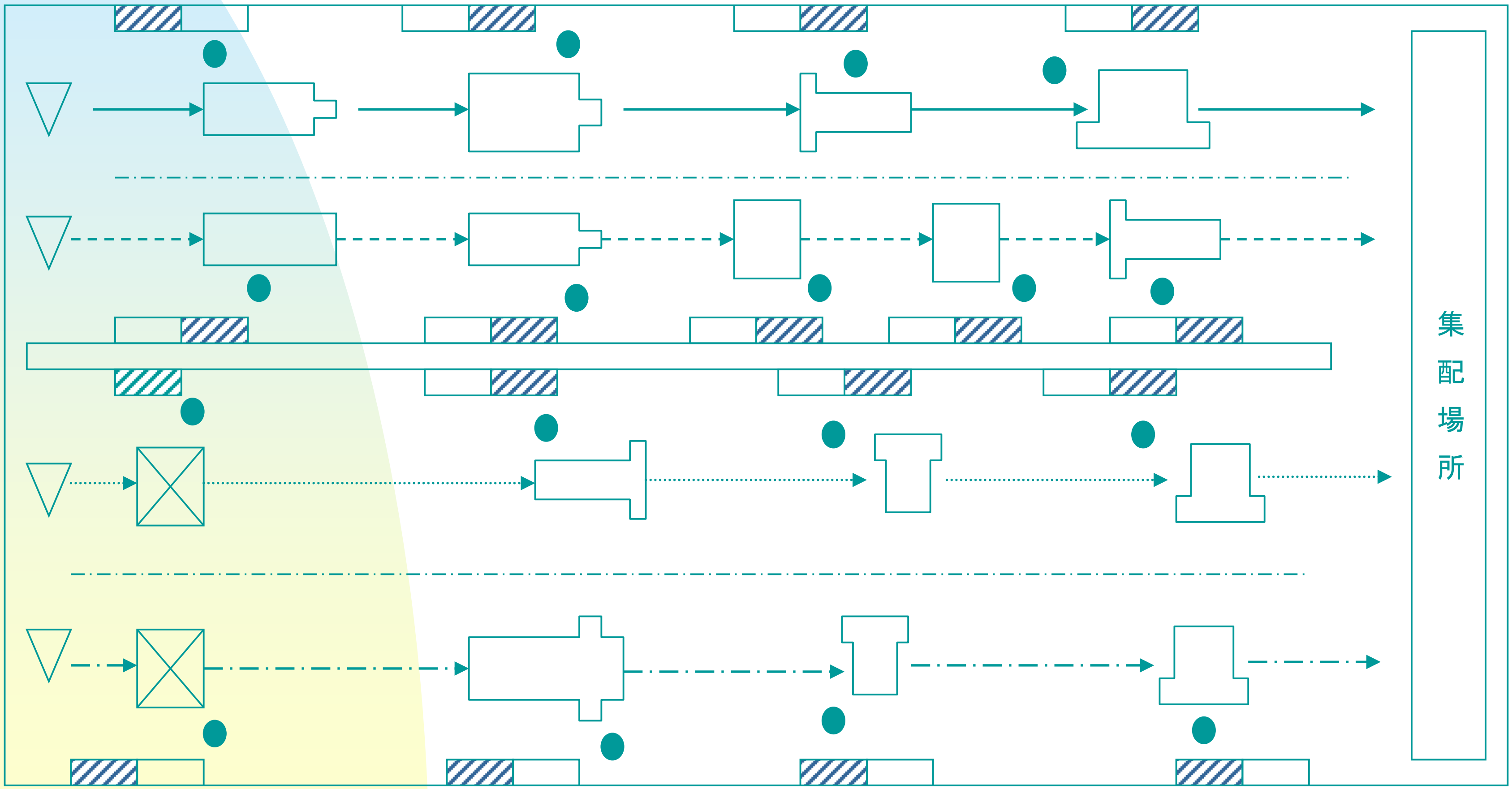
  (1)立地上の選択
  保安環境や工場内の物流との関係
  (2) プロセス選択
  プロセスの簡素さや安全性，
  (3)エンジニアリング，の各段階で，

- 様式
  - 少品種大量生産→**機能**別
  - 多品種少量生産→**機種**別
- 検討法
  - 実務的：表2.4の因子（直接的な人間に関する要因を含む）を実証的に検討
  - シミュレーションや3次元コンピュータグラフィックス：視覚化や仮想現実化
  - 数理的方法：割当問題(p.2.8)として定式化
  「総費用を最小とするよう所与のN個所へ所定のN個の設備を配置せよ」

工場設備配置

(a) 機能的レイアウト:

生産の対象とする品種数が少なくて、
数量が多い場合、加工順序に応じた機械配置、
いわゆる“流れ作業”(フローライン＝Flow Line）

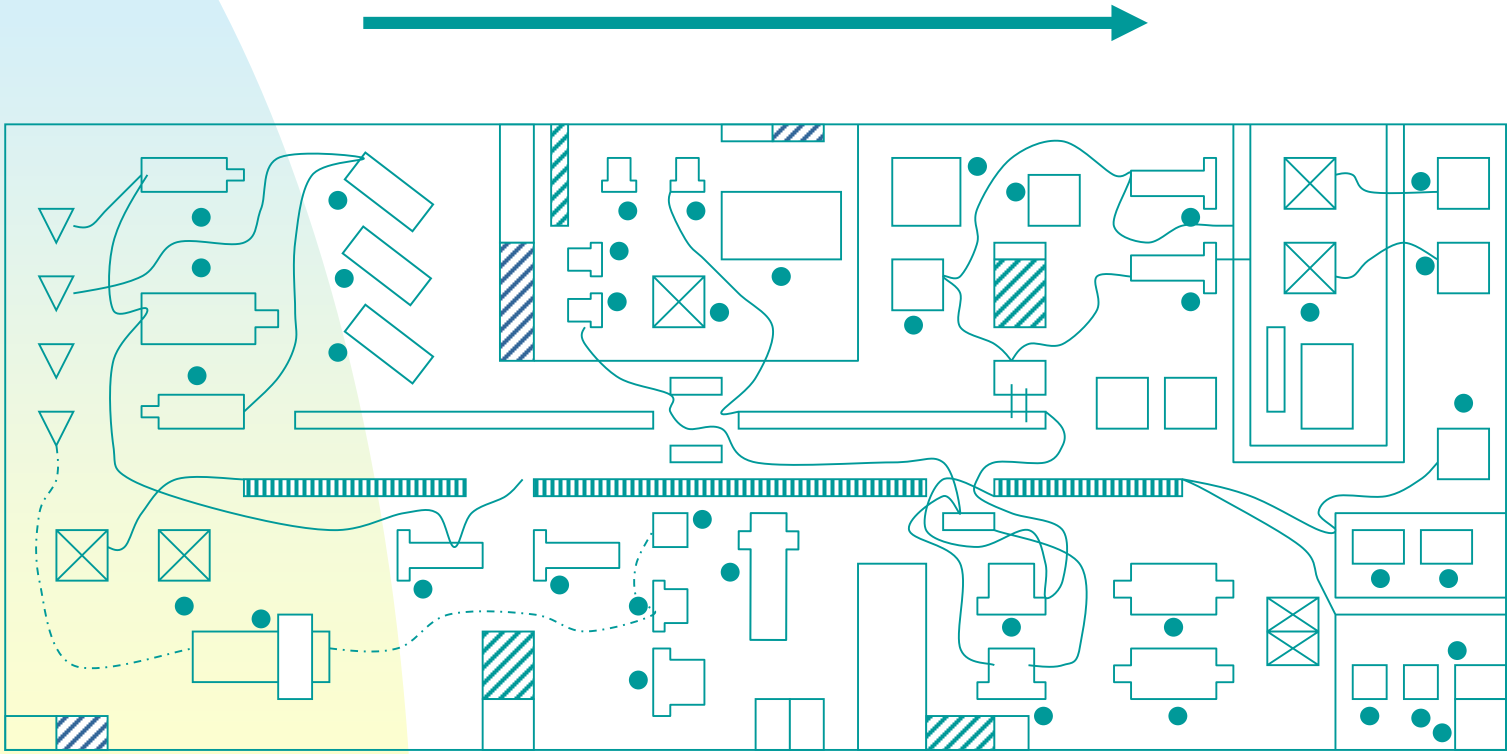


(b)機種別レイアウト:

生産の対象とする品種数が多くて、

数量が少ない場合、同種の機械ごとにまとめて配置

多種少量生産（ジョブ・ショップ）型



物の流れ複雑で能率高くない

表 2.4　レイアウトの要因

生産設計	生産設備	生産環境	その他
製品仕様や品質 製品形状や性質 製品種類, 生産性 生産工程の形態 変更への弾力性，適合性 ・ 外部条件の変化 ・ 生産技術の発達 ・ 製品の種類や用途変更	本体設備の規模と特性 付帯設備の状態と特性 (配管, 給排気, 配線など) 制御性能，自動化レベル 建屋形態，特性	人間に関する要因 ・ 作業環境, 安全性 ・ 労働条件 ・ 作業能率 ・ 配置要員数 原料, 製品などの移動や停滞に関する要因 ・ 運搬方式やスペース ・ 貯蔵方式やスペース ・ マテハンシステムの性能	利用可能スペース 関連法規 ・災害防止法, 高圧ガス法，消防法 ・ 労働安全衛生規則 予算規模 審美性 特殊性 ・ 防災のための進入通路 ・ 安全管理, 盗難防止, 秘密保持

p.2.8) ： 割当問題による定式化

- Min $f(x) = \Sigma_{i=1}{}^{N}\Sigma_{j=1}{}^{N} \; C_{ij}\, x_{ij}$ (2.46)

$$\Sigma_{j=1}{}^{N} x_{ij} = 1, \qquad i=1,\dots,N \qquad (2.47)$$

subject to

$$\Sigma_{i=1}{}^{N} x_{ij} = 1, \qquad j=1,\dots,N \qquad (2.48)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ または } 1, \qquad i, j=1,\dots,N \qquad (2.49)$$

x_{ij} : 設備iを場所jに配置するか，しないかを表す整数変数
C_{ij} : 設備iを場所jへの配置費用

- 制約条件：

式(2.47)：設備毎にいずれかの場所に配置
式(2.48)：場所毎にいずれかの設備が配置

↓

解法： 整数計画問題→B＆B法

便宜的解法:
「費用行列，$\{C_{ij}\}$のある行または列に一定の定数を加減したものを費用行列としても最適解は変わらない」

(例2.10)5種類の施設を5箇所の区画への配置

費用(費用行列が表2.5)を最小とするレイアウト計画

(解)費用行列の行，列に一定数を加減しても最適解は変化しない

(1)各行の要素からその行の最小値，(2，3，8，12，2)を引き，

第3列から4を，第4列から1を引く(以後の費用行列)

(各行，各列は、少なくとも一つの要素は0で，他は非負となっている)

(2)繰り返し手続き

①各行：唯一の0を持つ→□印，その列の他の0→×印

②各列：無印で唯一の0を持つ→□印，その行の他の0→×印

(3)無印の0がなくなる(完全な最大割当)→最適レイアウト

なくならない→各行・各列に少なくとも二つの無印の0が残るように

＋別の手順

表 2.5　(例 2.10)の費用行列

プラント	区画地番				
	1	2	3	4	5
マテハン	3	4	7	5	2
廃棄物施設	3	3	7	12	9
ユーティリティ	14	8	13	9	13
プラント本体	12	15	22	18	16
倉庫	3	2	10	9	7

最大割当は完全となり，

最適配置：

{マテハン＝5の区画，廃棄物施設＝3，

ユーティリティ付帯設備＝4，

プラント本体＝1，倉庫＝2}

2.2.5 プロジェクト管理

主要な役割＝プロジェクトの完成に必要となる設備や資材の効果的な投入などの**作業の日程計画**を正しく立てて,その**遂行を管理**

プロジェクト＝一連の作業からなる非反復的で複合的な開発計画

e.g.「製造工場の建設」,「新システム(コンピュータなど)の導入」,「新製品の企画から設計,生産,消費,廃棄に至るライフサイクルを考慮した開発」

プロジェクト管理の手法

（１）**ガントチャート**：簡便で今日でもよく利用されている手法

大規模で複雑→作業日程の羅列的表現

→　作業の遅れ等の影響、互いの関連性や不確定な要素の検討不可

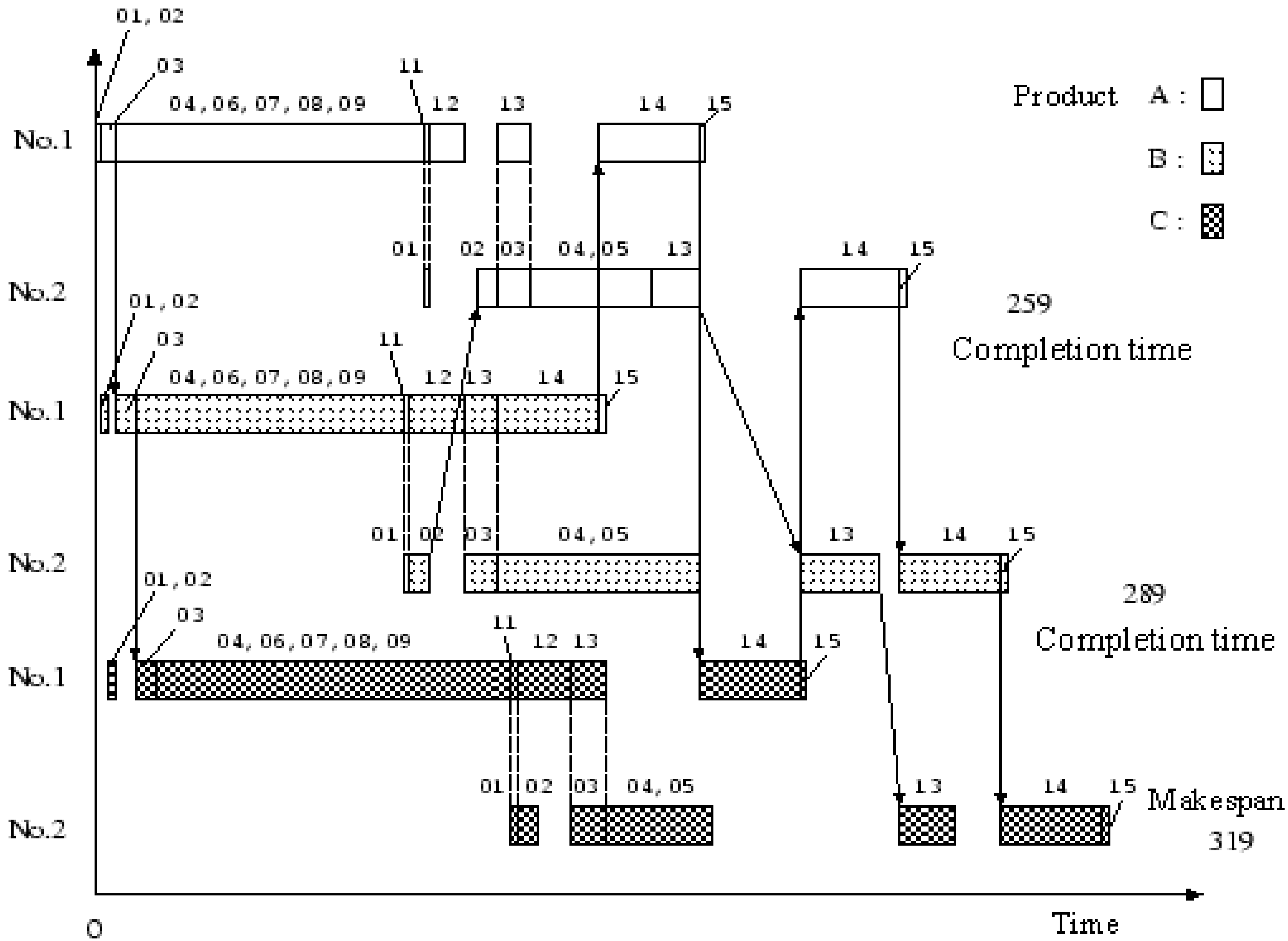
（２）**PERT**(Program Evaluation and Review Technique)

コンピュータ利用を前提として迅速な対応を可能とする管理方式

- PERT/Time（工期に着目）：規定の期日に完成に必要な手順を明確にする
  - 日程計画の**ネック**となる作業を問題の発生以前にみつける
  - 全体の仕事を調整→生産の遅れ，中断などの障害を最も少なくする
- PERT/Cost（経費に着目）：

  費用の発生経過に沿って最も効率の良い**資金運用**を管理

ガントチャートの例


Product
A :
B :
C :
No.1
No.2
01, 02
03
04, 06, 07, 08, 09
11
12
13
14
15
01
02
03
04, 05
259
Completion time
289
Completion time
Makespan
319
0
Time

HENRY LAURENCE GANTT
(1861–1919)

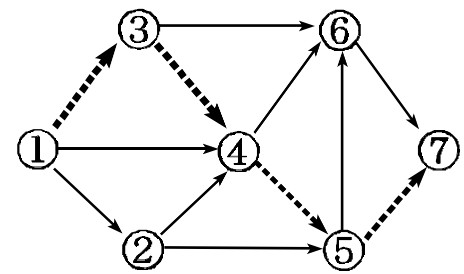
Henry Laurence Gantt was an industrial engineer and a disciple of Frederick W. Taylor. He developed his now famous charts during World War I to compare production schedules with their realizations. Gantt discussed the underlying principles in his paper "Efficiency and Democracy," which he presented at the annual meeting of the American Society of Mechanical Engineers in 1918. The Gantt charts currently in use are typically a simplification of the originals, both in purpose and in design.

a.PERTネットワークの作成要領

（1）基本構造

- **アクティビティ**（作業）＝実線の矢印（長さは意味をもたず，
  方向のみが順序関係を表す
- **イベント**(状態；開始状態，終了状態)＝ノード(番号を書いた○印)

を構成要素とするネットワーク

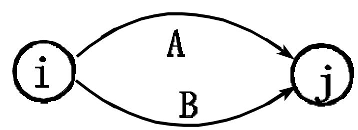


（2）ネットワーク構成時の留意点

各作業の**順序関係**を一意的に表現する

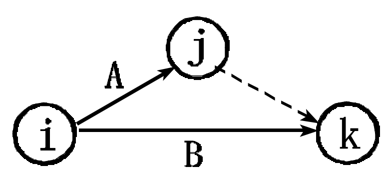
開始イベントまたは終了イベントのどちらかを共有するアクティビティは複数個存在してよいが、複数のアクティビティが両方を共有する→×

e.g.　図2.12(a) 表示→×，



（a） 変 更 前

ダミー・アクティビティの導入
（点線の矢印）



（b） 変 更 後

（３）PERTネットワークの作成要領

① 各アクティビティを一つのイベント対(i,j)によって表す
(逐次番号づけ（$i<j$）)

②各アクティビティ毎の**後続**作業や**先行**作業の確認を行なう.

(a) C，D の先行アクティビティ＝ A，B

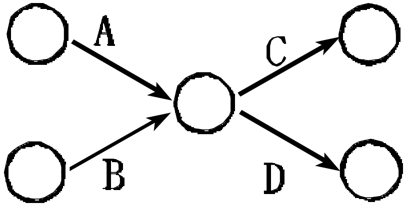
→ C，Dの開始＝A，Bの両方の作業の**完了後**

(b) Cの先行アクティビティ＝ Aのみ

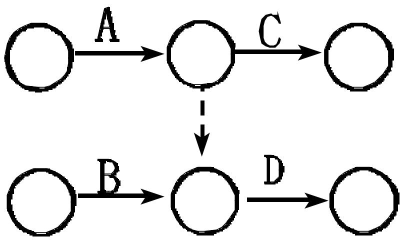
Dの先行アクティビティ＝**A，B**

→ Cの着手＝ Aの完了後,

Dの着手＝A，Bがともに完了後



（a）



（b）

③作業分割を正しく行う.

（分割・合成の検討から作業単位をはっきりとする）

e.g. 最初，別々の作業と思われていた

→ まとめたほうがより現実的

同一作業と思われていた

→いくつかにわけて別々としたほうがよい

b.アクティビティの時間見積り

PERTネットワーク上に各アクティビティの所要時間を追加し以下の検討

- 各アクティビティをいつ開始できるかという日程計画の立案
- プロジェクトの完成期限や製品の納期が守れるかどうか,
- それを守るためには日程管理上どういう処置が必要か

追加する所要時間情報の性質

- 確定値,
- 一定の分布を仮定
  - 1点見積り:所要時間の最良推定値
  - 3点見積り:ベータ分布の平均と分散、に注目する

c. PERT計算(例2.11)表2.6のプロジェクト

1)イベント期日の計算

- **最早**期待期日 : T_E ＝イベントの最も早い生起が期待される期日

$$(T_E)_j = \max_i\{(T_E)_i + (t_e)_{ij}\} \qquad (2.50)$$

初期値は0とおき、出発イベントから番号の増加順に(逐次番号づけ)

- **最遅**許容期日 : T_L ＝生起が許される範囲で最も遅れる場合の期日

$$(T_L)_i = \min_j\{(T_L)_j - (t_e)_{ij}\} \qquad (2.51)$$

$(T_L)_J = T_P$ ←最終イベントに予定完成日TPが与えられている

$(T_L)_J = (T_E)_J$ ←予定完成日が決められていない

とおき、最終イベントから番号の減少順に

$(t_e)_{ij}$ =アクティビティ(i,j)の所要日数

① 表2.6のプロジェクトをネットワークで表す（図2.14）

表2.7のi行j列の要素として

アクティビティ(i,j)の所要日数$(t_e)_{ij}$

(ダミーの要素の値は0)を記入する.

（逐次番号づけ→ $(t_e)_{ij}$の値は

対角要素より上にあらわれる. ）

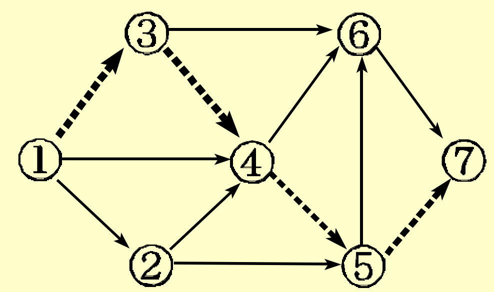


表2.6　(例2.11)のプロジェクト

アクティビティ	所要日数	アクティビティ	所要日数
電気(E)系統の概略設計 (1, 2)	9	M系統の原形試作 (3, 6)	16
機械(M)系統の概略設計 (1, 3)	8	E系統の最終設計 (4, 5)	8
建屋の設計 (1, 4)	16	M系統の最終設計 (4, 6)	6
E系統の詳細設計 (2, 4)	6	新コンピュータの選定(5, 6)	4
E系統の原形試作 (2, 5)	15	リプレース準備 (5, 7)	9
M系統の詳細設計 (3, 4)	9	全系統の最終設計 (6, 7)	4

表 2.7　(例 2.11)の PERT 分析のための行列

T_L	0	10	8	17	25	30	34			
j	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*i*	T_E	Si
		9(1)	8(0)	16(1)				*1*	0	0
				6(2)	15(1)			*2*	9	1
				9(0)		16(6)		*3*	8	0
					8(0)	6(7)		*4*	17	0
						4(1)	9(0)	*5*	25	0
							4(1)	*6*	29	1
								7	34	0

表2.6　(例2.11)のプロジェクト

アクティビティ	所要日数	アクティビティ	所要日数
電気(E)系統の概略設計 (1,2)	9	M系統の原形試作 (3,6)	16
機械(M)系統の概略設計 (1,3)	8	E系統の最終設計 (4,5)	8
建屋の設計 (1,4)	16	M系統の最終設計 (4,6)	6
E系統の詳細設計 (2,4)	6	新コンピュータの選定(5,6)	4
E系統の原形試作 (2,5)	15	リプレース準備 (5,7)	9
M系統の詳細設計 (3,4)	9	全系統の最終設計 (6,7)	4

② T_Eの計算を以下のように行う. →表2.7のT_E欄

j=1 (出発イベント): $(T_E)_1=0$とする.

j=2 : i=1に対応する$(t_e)_{12}$の値は9

$(T_E)_2= (T_E)_1+9=0+9=9$ ← 式(2.50)

j=3 : i=1に対応する$(t_e)_{13}$の値は8

$(T_E)_3= (T_E)_1+8=8$

j=4 : i=1, 2および3に対応する行に値があるから,

$(T_E)_4=\mathrm{maxi}\{(T_E)_1 +16,\ (T_E)_2+6,\ (T_E)_3+9\}$

$=\max_i \{16,15,17\}=17\ (i=3)$

③ T_Lの計算に移る. → T_L欄

i=7: $(T_L)_N= (T_E)_N =34\ (J=7)$を出発値とする.

i=6: 第7列に4があるから,

$(T_L)_6= (T_L)_7 - 4 =30$

i=5: j=6,7に値があるので式(2.51)に従って

$(T_L)_5= \mathrm{minj}\ \{(T_L)_6 - 4, (T_L)_7 - 9\} = \min_j\{26,25\}=25\ (j=7)$

2)イベントスラックの計算 → S_i欄に示す.

PERTでは最遅許容期日TLと最早期待期日T_Eとの差 $S_i=(T_L)_I - (T_E)_i$ (2.52)

$S_i>0$のとき, スケジュールより進みすぎ(資源過剰)

$S_i=0$のとき, スケジュール通り(資源適正)

$S_i<0$のとき, スケジュールより遅れすぎ(資源不足)

3)アクティビティフロートの計算 → ( )内に示す.

トータルフロート(TF)＝アクティビティ(i, j)の先行アクティビティが最早開始期日に開始，後続アクティビティが最遅許容期日に着手時の余裕

$$(TF)_{ij}= (T_L)_I - (T_E)_i - (t_e)_{ij} \qquad (2.53)$$

クリティカルパス → 点線矢印

トータルフロート$(TF)_{ij}$が**最小の値**のアクティビティを結ぶ経路∈{CP}

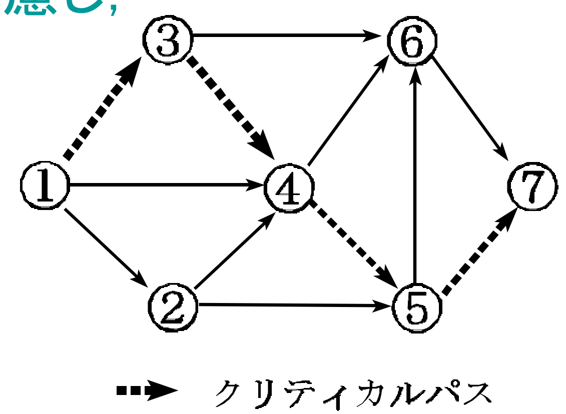
プロジェクトの期待所要時間は,

$$t_P= \Sigma_{(i,j)} (t_e)_{ij} , (i,j)\in\{CP\} \qquad (2.54)$$

開始イベントと終了イベントを結ぶパスの中で最も長く時間のかかるパス上のアクティビティによりプロジェクトの所要時間が決定される.

→管理の重点

さらに詳細な検討→所要時間の確率分布を考慮し,
予定完成期日に間に合う確率から
プロジェクトの計画の妥当性を議論



関連する手法

- CPM(Critical Path Method):
  プロジェクト全体の遂行時間を最も経済的に短縮
- 山くずし法:機械の台数や設備･容量の制限下での現実的な日程計画

2.2.6 スケジューリング

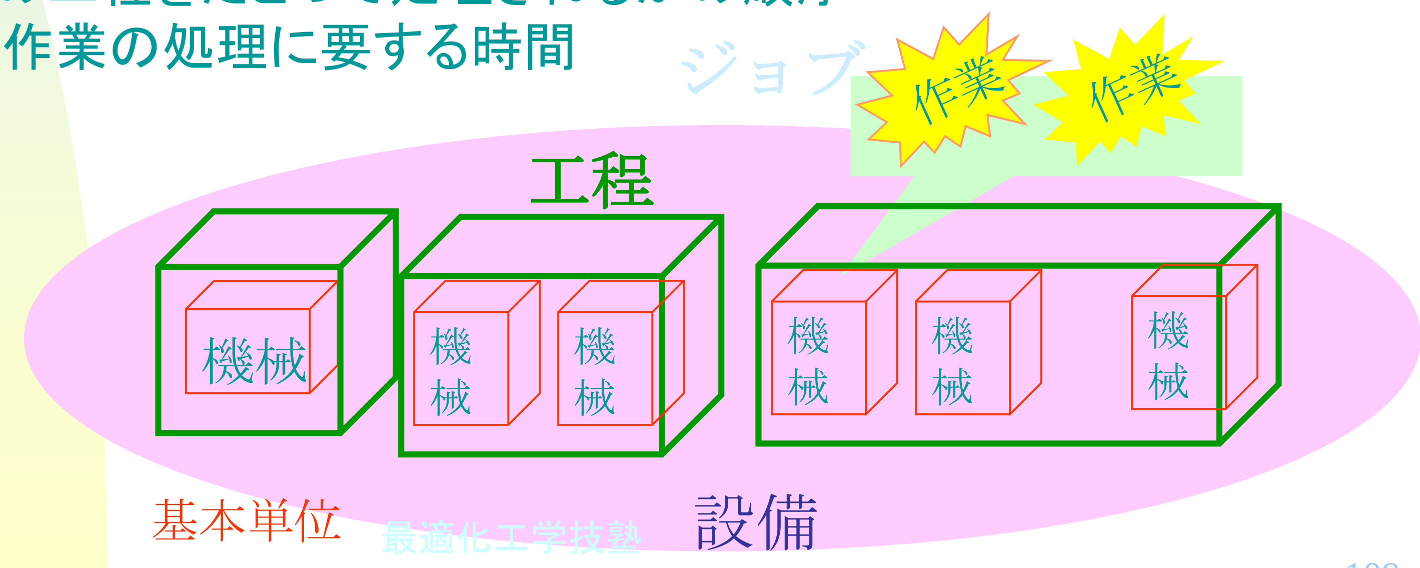
スケジュールを決めること(オペレーションスケジューリング)

日程計画(スケジュール) ⇒ 実際的な作業の実行手順

どの生産設備で**いつ**, どの作業員がどのような作業を行うか

スケジューリングの用語

設備:　機械から構成される
機械に割り当てる活動:　**作業**
ジョブ:　**作業**の集合
処理順序:　機械において処理する**作業**の順序
工程順序:　どの工程をたどって処理されるかの順序
処理時間:　各作業の処理に要する時間



スケジューリング問題

＝工程順序＋時間や納期の制約

⇒　実行可能／最適なスケジュール

e.g.　n台の機械でm個のジョブを独立に処理

⇒　各機械でのジョブ処理順序(順序づけの問題)

組み合わせの総数　**$(m\,!)^n$**

順序づけ問題

- 単一機械
  1. 加工時間の短い順 ⇒　所要時間の平均値を最小
  2. 納期の早い順⇒　最大の納期遅れを最小
- 機械が二台以上
  - **フローショップ**型
    - 大量生産システムにおいてよくみられる
    - 機械に送られるジョブの**順序が一定**（流れ作業）
  - **ジョブショップ**型

    ·多品種少量生産システムにおいてよくみられる

    ·ジョブごとに**工程順序**が異なる

  オープンショップ型

  ジョブの一部または全ての工程順序が**任意**

a. フローショップ型

2機械の全ジョブの終了時間(最大完了時間)を最小化問題

ジョンソン・アルゴリズム

① ジョブリストの中から，処理時間の最小のものを選ぶ

(2つ以上の場合は任意とする).

② ①の選択が、第1（第2）機械 ⇒ 順序のはじめ（終り）に

このジョブをリストから取り除く.

③ リストが空になれば，この時の結果を最適として終了する.

そうでなければステップ1へ戻る.

最適順序についてのジョンソンの原則

「$\min(t_{j1}, t_{k2}) < \min(t_{j2}, t_{k1})$ ⇒ ジョブjを kより先に処理」

t_{j1}, t_{j2} : 第1，第2機械におけるジョブj (=1 ,2 , ・・・,n)の処理時間

（例）最大完了時間最小化の2機械フローショップ問題

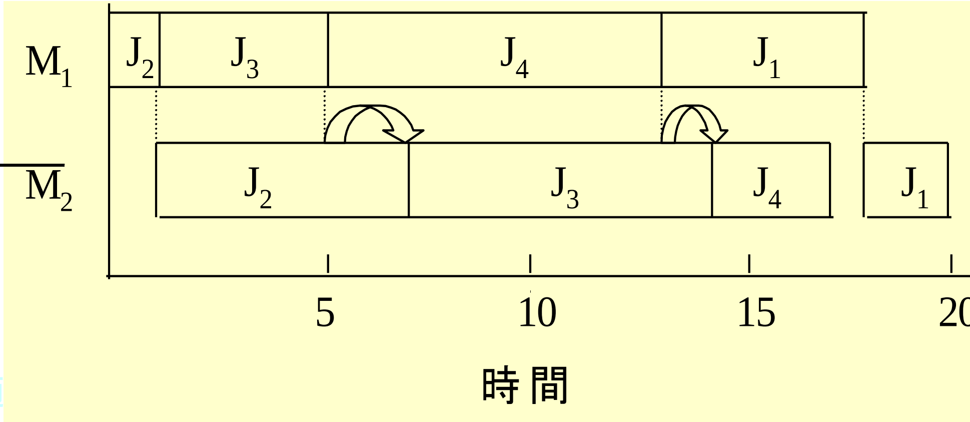
（解）ジョンソン･アルゴリズムに従えば，

- 最小の処理時間は**M1**における**J2**であるので，**J2**がはじめにくる．
- **J2**を除いた最小値は，**M2**におけるJ1となるので，J1を終りにおく．
- 以下同様にして，処理順（**J2-J3-J4-J1**）が最適となる

表 2.8 （例 2.12)のフローショップの与件

ジョブ	処理時間(時間)	
	M_1(第 1 機械)	M_2(第 2 機械)
J_1	5	2
J_2	1	6
J_3	4	7
J_4	8	3

以下のガントチャートから
20時間で完了できる．



最適

b. ジョブ・ショップ型

ジョブごとに工程順序が異なるため求解は複雑．困難

<u>ジョブショップ問題の図解法</u>（ジョブ数が2の場合のみ）

（例2.13）最大完了時間最小問題（処理順と処理時間は表　参照）

①J_1をx軸，J_2をy軸に対応させ，各ジョブの工程順を各々の軸上に配置

②各ジョブの処理時間幅で各々の軸方向に平行に区切り，
　機械毎に重なる領域（禁止区域）を決める．

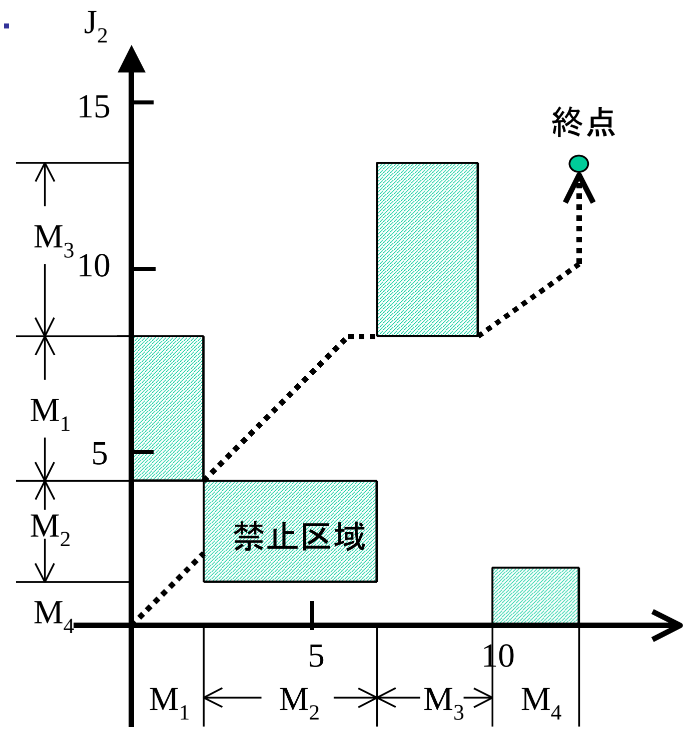
③全ての禁止区域を含む最小の矩形において，
　原点とその対角方向の頂点を終点とする．

④原点を始点とし，禁止区域を横切らないように
- 水平方向（J_1のみ処理）
- 垂直方向（J_2のみ処理）
- 対角方向（J_1，J_2を同時に処理）

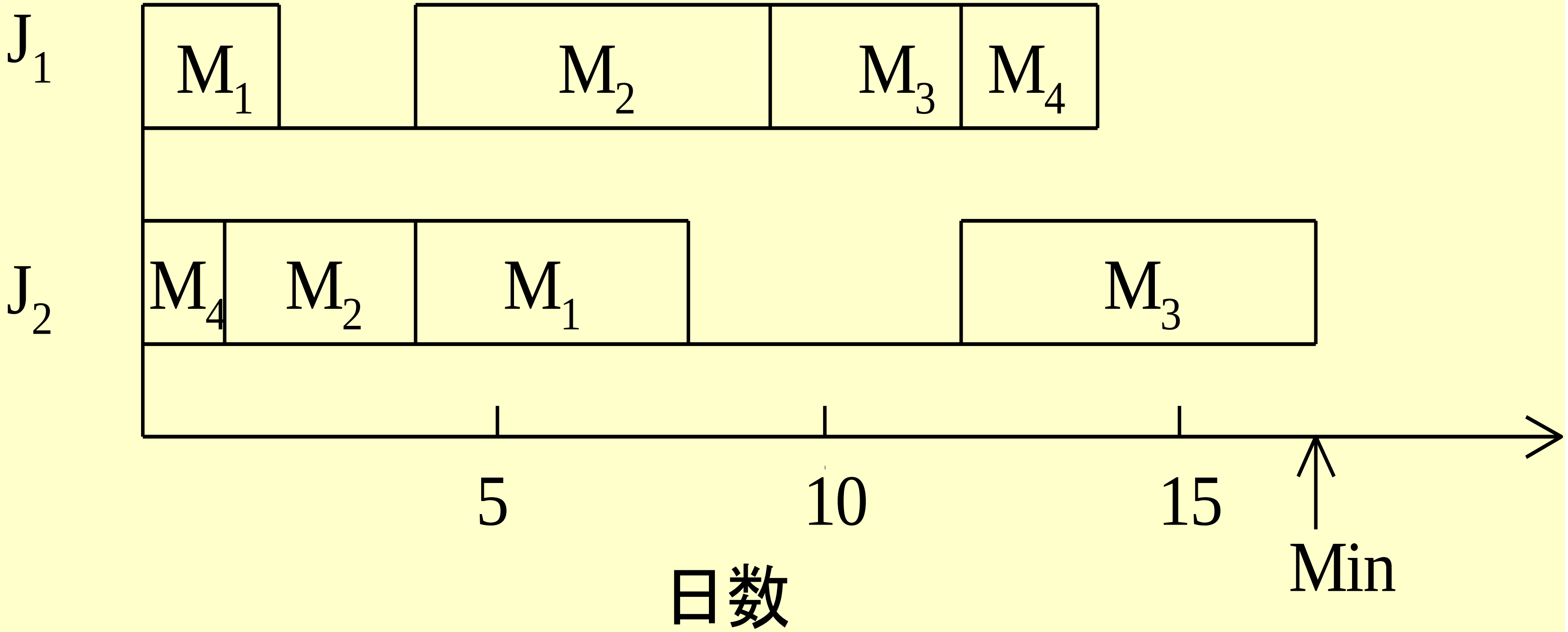
できるだけ対角方向をとって、終点へ

表 2.9 （例 2.13)のジョブショップの与件

J_1	処理順	M_1	M_2	M_3	M_4
	処理時間(日)	2	5	3	2
J_2	処理順	M_4	M_2	M_1	M_3
	処理時間(日)	1	3	4	5



破線が最適解



最小の最大完了時間は17日となる.

スケジューリング問題の3つ組記(α |β |γ)による分類

表 2.10: 3 つ組記法によるスケジューリング問題の分類

項目	表示	意味	項目	表示	意味
α	1	1 機械	β	prec	先行制約
α	P	同一並列機械	β	r_j	準備時間制約
α	Q	一様並列機械	γ	C_{max}	最大完了時間
α	R	無関連並列機械	γ	Σc_j	滞留時間和
α	F	フローショップ	γ	T_{max}	最大納期遅れ
α	O	オープンショップ	γ	ΣT_j	納期遅れ和
α	J	ジョブショップ			

αは工程
- •フローショップ
- •ジョブショップ
- •オープンショップ

βはジョブ処理環境 (制約条件)
- •処理順序に関するジョブ間の先行制約
- •最早開始時刻または準備時間

γは評価関数の種類
- •最大完了時間(**メークスパン**),
- •滞留時間和＝ジョブがシステムに滞留した時間の総和
- •最大納期遅れや遅れ和←納期からの遅れの指標

求解アルゴリズム

- 解析的方法
  - 単一機械における処理時間順の規則
  - ジョンソンの方法（2機械フローショップ問題）
  - ジャクソンの方法（2機械ジョブショップ問題）
- 数値的方法
  - 最適化法

    整数計画的アプローチ，B&B法

    （大規模問題→最適解を求めること困難）
  - 近似解法

    メタヒューリスティック手法（GA,SA,TS,etc.）

    直感・経験的な変更ルール

    （ディスパッチング規則）の適用

    エキスパートシステム

- 現実問題の留意点
  - 機械間のジョブ搬送や仕掛かり用バッファの有限性
  - ジョブ間の**段取り時間**の存在
  - 加工順＋搬送などの物流のスケジューリングが全体の効率に影響

    FMS＝マシニングセンタ、AGV,

    AS/RS(Automated Storage/Retrieval System)

    ロボット，などの自動物流機器で構成

    ロボティックセル(FMC)＝

    小規模のFMS (1 台のロボット+少数のマシニングセンタ)

- **資源制約付き**スケジューリング問題

  機械以外の資源

  (工作機械の治工具，コンピュータのメモリなど) に制約

- グループスケジューリング

  ジョブ間に段取り時間　→GT(group technology)に基き

  段取り時間が比較的小さいジョブをグループにまとめ，

  グループ間で行う順序づけ